MÉTODOS EFICIENTES DE SENSADO DE ESPECTRO EN REDES DE RADIO COGNITIVO BASADOS EN MUESTREO SUB-NYQUIST

EVELIO ASTAIZA HOYOS

Doctorado en Ciencias de la Electrónica

Director:
Pablo Emilio Jojoa Gómez
Universidad del Cauca, Colombia

Universidad del Cauca
Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones
Línea de Investigación Comunicaciones Móviles e Inalámbricas
Popayán, Colombia, Octubre 2017

MÉTODOS EFICIENTES DE SENSADO DE ESPECTRO EN REDES DE RADIO COGNITIVO BASADOS EN MUESTREO SUB-NYQUIST

EVELIO ASTAIZA HOYOS

Tesis presentada a la Facultad de Ingeniería
Electrónica y Telecomunicaciones de la
Universidad del Cauca para la obtención del
Título de Doctor en Ciencias de la Electrónica

Área:

Telecomunicaciones

Director:

Pablo Emilio Jojoa Gómez

Popayán, Colombia, Octubre 2017

A mi amada Esposa Janeth
y a mi adorado Hijo Juan Esteban
Quienes me acompañaron,
apoyaron y soportaron
en esta etapa difícil
pero gratificante.

Agradecimientos

A Dios por la vida, salud, bienestar y esta gran bendición de culminar exitosamente esta importante etapa de mi vida, a mi esposa Janeth, a mi hijo Juan Esteban y a mi Madre Lidia por el apoyo otorgado. A mi director y amigo Ph.D. Pablo Emilio Jojoa G. por su apoyo, colaboración y amistad ofrecidas en el desarrollo de este doctorado. Al PhD. Francisco Novillo y al grupo GICOM de ESPOL Ecuador, por su colaboración y apoyo en el desarrollo de la pasantía doctoral. A mi compañero y amigo Héctor Fabio por su colaboración y acompañamiento en esta etapa.

Así mismo, quiero agradecer a todos y a cada uno de los miembros del comité evaluador por aceptar esta tarea y por los pertinentes y generosos comentarios en pro de mejorar este trabajo y a todas las personas que de una u otra manera me acompañaron y colaboraron.

Finalmente, deseo expresar mis mas sinceros agradecimientos a la Universidad del Quindío y en ella a todas las personas que hicieron posible el otorgamiento de mi comisión de estudios y por consiguiente la realización de este doctorado, como lo es su rector el Ing. José Fernando Echeverry Murillo. A todos mil gracias.

EVELIO ASTAIZA HOYOS

Resumen

El crecimiento exponencial en la cantidad de usuarios y tasas de transferencias de información requeridas en los sistemas de comunicaciones móviles e inalámbricos, han generado la sensación de escasez de espectro, sin embargo, el principal problema que se presenta en este tipo de sistemas es la utilización ineficiente de los recursos espectrales, por ello, en la actualidad, Radio Cognitivo (CR) se proyecta como una tecnología que permitirá maximizar la utilización de los recursos espectrales en los sistemas inalámbricos de próxima generación. Por consiguiente, al interior de CR el Sensado de Espectro (SS) es la función clave, que habilita a CR para tener el conocimiento de los recursos espectrales disponibles en una banda de interés. Sin embargo, uno de los mayores problemas en el SS es el gran número de muestras a procesar cuando se realiza el muestreo de señales multibanda a tasa iguales o superiores a la tasa de Nyquist, lo cual genera grandes tiempos de detección, altos consumos de energía y la necesidad de altas capacidades de procesamiento en los Dispositivos de Radio Cognitivo (CDR). Aprovechando la estructura dispersa de las señales multibanda y la diversidad espacial para mejorar el desempeño del Sensado de Espectro de Banda Ancha (WBSS), esta tesis se enfoca en el WBSS local y cooperativo, donde se proponen un conjunto de novedosos algoritmos de WBSS (tanto locales como cooperativos) para CDR basados en muestreo Sub-Nyquist, sensado compresivo y compleción de matrices. Así mismo se propone una matriz de muestreo uniforme para la señal multibanda en el dominio disperso, y se obtienen expresiones cerradas para las probabilidades de detección, omisión

de detección y falsa alarma. El desempeño de los algoritmos propuestos se realiza mediante el análisis riguroso de las expresiones cerradas (límites teóricos) de las probabilidades antes mencionadas, en contraste con los resultados de simulación obtenidos para cada algoritmo propuesto. La verificación funcional de cada algoritmo se realiza mediante el procesamiento de señales reales obtenidas en las bandas de TV y FM. Los resultados de simulación permiten evidenciar que los algoritmos propuestos permiten mejorar el desempeño del WBSS en términos de la probabilidad de detección y de las características operacionales del receptor con respecto a otros algoritmos de WBSS basados en muestreo Nyquist y Sub-Nyquist.

Palabras Clave: Muestreo Sub-Nyquist, Sensado de Espectro de Banda Ancha, Detección de Energía, Sensado Compresivo, Compleción de Matrices, Matriz de Covarianza, Descomposición en Valores Singulares

Abstract

The exponential growth in the number of users and transfer rates of information required in mobile and wireless communications systems, have generated a sense of scarce spectrum, however, the main problem encountered in this type of system is the inefficient use of spectrum resources, therefore nowadays, Cognitive Radio (CR) is projected as the technology that will maximize the utilization of the spectrum resources in next generation wireless systems. Therefore, the Spectrum Sensing (SS) is the key function, which allows CR to know the available spectrum resources of an interest band. Nevertheless, one of the major problems in the SS is the big amount of samples that are processed in the multiband signal sampling by Nyquist equal or higher rates, which generates big time detection, high energy consumption and the necessity of high processing capacity in Cognitive Radio Devices (CDR). Taking advantage of sparse structure of the multiband signal and the spatial diversity in order to improve the development of the Wide Band Spectrum Sensing (WBSS)algorithms, this thesis is focused in local and cooperative WBSS,where a set of WBSS algorithms are proposed for CDR, this algorithms are based on Sub-Nyquist sampling, compressive sensing and matrix completion. Likewise, it is proposed a uniform sampling matrix for the multiband signal in the sparse domain, and there are obtained close expressions for detection probability, miss detection probability and false alarm probability. The performance of the proposed algorithms is performed through rigorous analysis of the closed expressions (theoretical limits) of the above probabilities, in contrast to the simulation results obtained for each proposed algorithm. Functional verification of each algorithm is performed by processing real signals obtained in TV

and FM bands. The simulation results show that the presented algorithms allows the improvement of the WBSS performance in terms of detection probability and the receiver's operational characteristics compared to other WBSS algorithms based on Nyquist and Sub-Nyquist sampling.

Key words: Sub-Nyquist Sampling, Wideband Spectrum Sensing, Energy detection, Compressive Sensing, Matrix Completion, Covariance Matrix, Singular Value Decomposition

Contenido

Pág.

Lista de Figuras xix

Lista de Tablas xxiii

Lista de Abreviaturas xxv

Capítulo 1. Introducción 1
1.1 Motivación y Alcance 2
1.2 Objetivos 5
1.2.1 General 5
1.2.2 Específicos 5
1.3 Aportes 5
1.3.1 Metodológicos 6
1.3.2 Muestreo Nyquist Incompleto 6
1.3.3 Sensado de Espectro de Banda Ancha Basado en Muestreo Nyquist Incompleto y Muestreo Sub-Nyquist 6
1.3.4 Sensado de Espectro de Banda Ancha Basado en Muestreo Sub-Nyquist y Sensado de Espectro de Banda Estrecha 9
1.4 Principales Resultados 9
1.4.1 Publicaciones 10
1.4.2 Tesis Maestría 11
1.4.3 Proyectos de Investigación 12
1.5 Organización de la Tesis 12

Capítulo 2. Fundamentos y Estado del Arte 15
2.1 Sensado de Espectro en Radio Cognitivo 16
2.1.1 Sensado de Espectro de Banda Angosta 20
2.1.2 Sensado de Espectro de Banda Ancha 22
2.1.3 Sensado de Espectro Local 24
2.1.4 Sensado de Espectro Cooperativo 24
2.2 Sensado Compresivo 26
2.3 Compleción de Matrices 27
2.3.1 Muestreo 28
2.3.2 Reconstrucción 28

Capítulo 3. Marcos de Referencia Metodológicos Para Sensado de Espectro y Sensado Compresivo 31
3.1 Introducción 31
3.2 Formulación del Problema 32
3.3 Marco de Referencia Metodológico Propuesto Para Sensado de Espectro 35
3.3.1 Pre-procesamiento y Digitalización de la Señal de RF 35
3.3.2 Extracción de Características 37
3.3.3 Clasificación e Identificación 38
3.4 Marco de Referencia Metodológico Propuesto Para Sensado Compresivo 39
3.4.1 Representación dispersa de la señal 40
3.4.2 Toma de medidas y codificación lineal 44
3.4.3 Recuperación dispersa o decodificación no lineal 51
3.4.4 Búsqueda Codiciosa o Relajación Convexa 54
3.5 Validación Conjunta 55
3.5.1 Modelo del Sistema 56
3.5.2 Escenarios Reales y de Simulación 58
3.5.3 Modelo de la Señal Presente en el Canal (Representación Dispersa de la Señal) 61
3.5.4 Pre-procesamiento y Digitalización de la Señal de RF (Toma de Medidas y Codificación Lineal) 65
3.5.5 Extracción de Características (Recuperación Dispersa o Decodificación no Lineal) 68
3.5.6 Clasificación e Identificación 71

3.5.7 Evaluación del Algoritmo 72
3.6 Conclusión 76

Capítulo 4. Sensado de Espectro de Banda Ancha Local Basado en Muestreo Sub-Nyquist 77
4.1 Introducción 77
4.2 Formulación del Problema 79
4.3 Sensado de Espectro de Banda Ancha Local Basado en Muestreo Sub-Nyquist En Dispositivos de Única Antena 81
4.3.1 Modelo del Sistema 81
4.3.2 Modelo de la Señal Presente en el Canal (Representación Dispersa de la Señal) 84
4.3.3 Pre-procesamiento y Digitalización de la Señal de RF (Toma de Medidas y Codificación Lineal) 84
4.3.4 Extracción de Características y Estimación (Recuperación Dispersa o Decodificación no Lineal) 84
4.3.5 Clasificación e Identificación 85
4.3.6 Algoritmo Propuesto 86
4.3.7 Evaluación del Desempeño 91
4.4 Sensado de Espectro de Banda Ancha Local Basado en Muestreo Sub-Nyquist En Dispositivos de Múltiples Antenas 97
4.4.1 Modelo del Sistema 98
4.4.2 Modelo de la Señal Presente en el Canal (Representación Dispersa de la Señal) 100
4.4.3 Pre-procesamiento y Digitalización de la Señal de RF (Toma de Medidas y Codificación Lineal) 101
4.4.4 Extracción de Características y Estimación (Recuperación Dispersa o Decodificación no Lineal) 101
4.4.5 Clasificación e Identificación 101
4.4.6 Algoritmo Propuesto 102
4.4.7 Evaluación del Desempeño 103
4.5 Conclusión 110

Capítulo 5. Sensado de Espectro de Banda Ancha Cooperativo Basado en Muestreo Sub-Nyquist 111
5.1 Introducción 111
5.2 Formulación del Problema 112

5.3 Sensado de Espectro de Banda Ancha Centralizado Basado en Muestreo Nyquist Incompleto . . . 112
5.3.1 Modelo del Sistema . . . 112
5.3.2 Modelo de la Señal Presente en el Canal (Representación Dispersa de la Señal) . . . 115
5.3.3 Pre-procesamiento y Digitalización de la Señal de RF (Toma de Medidas y Codificación Lineal) . . . 116
5.3.4 Extracción de Características y Estimación (Recuperación Dispersa o Decodificación no Lineal) . . . 116
5.3.5 Clasificación e Identificación . . . 117
5.3.6 Algoritmo Propuesto . . . 118
5.3.7 Evaluación del Desempeño . . . 118
5.4 Sensado de Espectro de Banda Ancha Basado en Sensado de Espectro de Banda Estrecha, Muestreo Sub-Nyquist y Cooperación Centralizada de Grupos . . . 125
5.4.1 Modelo del Sistema . . . 125
5.4.2 Modelo de la Señal Presente en el Canal (Representación Dispersa de la Señal) . . . 128
5.4.3 Pre-procesamiento y Digitalización de la Señal de RF (Toma de Medidas y Codificación Lineal) . . . 129
5.4.4 Extracción de Características y Estimación (Recuperación Dispersa o Decodificación no Lineal) . . . 129
5.4.5 Clasificación e Identificación . . . 130
5.4.6 Algoritmo Propuesto . . . 131
5.4.7 Evaluación del Desempeño . . . 132
5.5 Conclusión . . . 138

Capítulo 6. Conclusiones y Trabajo Futuro . . . 139
6.1 Conclusiones . . . 139
6.2 Trabajo Futuro . . . 141

Apéndice A. Sistema de Medición y Obtención de Señales Reales de Prueba 143
A.1 Metodología de la Medición . . . 143
A.2 Equipos y Software de Medición . . . 144
A.2.1 Analizador de Espectro AARONIA Spectran HF-60100 . . . 144
A.2.2 Antena Bicónica BicoLOG 20100E . . . 145
A.2.3 Software de Medición PC Analyzer Software MCS . . . 147

A.3 Resultados de la Medición 147

Apéndice B. Cálculo Probabilidades 153
B.1 Sensado de Espectro de Banda Ancha Local Basado en Muestreo Sub-Nyquist En Dispositivos de Única Antena 153
B.2 Sensado de Espectro de Banda Ancha Local Basado en Muestreo Sub-Nyquist En Dispositivos de Múltiples Antenas 155
B.3 Sensado de Espectro de Banda Ancha Centralizado Basado en Muestreo Nyquist Incompleto 158
B.4 Sensado de Espectro de Banda Ancha Basado en Sensado de Espectro de Banda Estrecha, Muestreo Sub-Nyquist y Cooperación Centralizada de Grupos 160

Referencias 164

Lista de Figuras

Pág.

1.1 Ocupación del Espectro por PUs. 2
1.2 Organización de la Tesis. 14

2.1 Prueba de hipótesis y posibles resultados con sus correspondientes probabilidades. 18
2.2 Métodos de Sensado de Espectro. 20
2.3 Sensado de Espectro Cooperativo Centralizado. 25
2.4 Sensado de Espectro Cooperativo Distribuido. 26

3.1 Marco de Referencia Metodológico Propuesto. 36
3.2 Marco de Referencia Metodológico Propuesto para CS. 41
3.3 Señal de Información en el dominio tiempo. Suma de tres tonos. . . . 42
3.4 Representación Dispersa de la Señal de Información Mediante la Transformada de Fourier. 43
3.5 Escenario Sensado de Espectro de Banda Ancha con Usuario Cognitivo de Única Antena. 56
3.6 Señal Multibanda Genérica. 57
3.7 Diagrama en Bloques Función Sensado de Espectro Dispositivo de Radio Cognitivo. 58
3.8 Señal Multibanda Presente en la Banda Primaria en el Escenario de Simulación Planteado SNR=30dB (Dominio Tiempo). 63
3.9 Densidad Espectral de Potencia de la Señal Multibanda Presente en la Banda Primaria en el Escenario de Simulación Planteado SNR=30dB. 63
3.10 Señal Multibanda DVB-T2 Adquirida. 64
3.11 Señal Multibanda FM Adquirida. 64

3.12 Representación Dispersa de la Señal Presente en la Banda Primaria en el Escenario de Simulación Planteado SNR=30dB. 65
3.13 Diagrama en Bloques del Demodulador Aleatorio. 66
3.14 Señal de salida del RD para señal simulada con tasa de muestreo de 2MHz – 1/20 tasa de Nyquist. 68
3.15 Espectro de la Señal Reconstruida - Escenario Simulación. 69
3.16 Espectro de la Señal Reconstruida - Escenario Real DVB-T2. 70
3.17 Espectro de la Señal Reconstruida - Escenario Real FM. 70
3.18 Espectro de la Señal Multibanda Simulada Contra Espectro de la Señal Reconstruida. 73
3.19 Espectro de la Señal Multibanda DVB-T2 Contra Espectro de la Señal Reconstruida. 73
3.20 Espectro de la Señal Multibanda FM Contra Espectro de la Señal Reconstruida. 74
3.21 Probabilidades de Detección, Falsa Alarma y Omisión de Detección en Función del Número de Componentes Recuperado para SNR=30dB. 75
3.22 Probabilidades de Detección, Falsa Alarma y Omisión de Detección en Función de SNR para K=200. 76

4.1 Escenario Sensado de Espectro de Banda Ancha con Usuario Cognitivo de Única Antena. 81
4.2 Señal Multibanda Genérica. 82
4.3 Diagrama en Bloques Función Sensado de Espectro Dispositivo de Radio Cognitivo. 83
4.4 Probabilidad de Detección Para Diferentes Valores de B, b y Factor de Sub-Muestreo. 87
4.5 Probabilidades de Detección, Falsa Alarma y Omisión de Detección en Función del Número de Componentes Recuperado para SNR=30dB. 93
4.6 Probabilidades de Detección, Falsa Alarma y Omisión de Detección en Función de SNR. 94
4.7 Comparativo Probabilidad de Detección Para Diferentes Valores de SNR. 95
4.8 Comparativo Curvas ROC para SNR = 1dB. 96
4.9 Escenario Sensado de Espectro de Banda Ancha con Usuario Cognitivo de Múltiples Antenas. 98
4.10 Diagrama en Bloques Función Sensado de Espectro Dispositivo de Radio Cognitivo de Múltiples Antenas. 100

4.11 Desempeño Algoritmo WideBand Compressive Sensing Propuesto (Sub-bandas=6, Antenas=2, Sub-muestreo=20) vs Otros Algoritmos en Función de SNR. 106
4.12 Curvas ROC para SNR = 1dB (Sub-bandas=6, Antenas=2, Sub-muestreo = 20). 107
4.13 Probabilidad de Detección Contra SNR en Función del Número de Antenas del CDR (Sub-bandas=6, Sub-muestreo=10). 108
4.14 Probabilidad de Detección Contra SNR en Función del Número de Sub-Bandas en la Multibanda (Antenas=3, Sub-muestreo=10). 109
4.15 Probabilidad de Detección Contra SNR en Función del Factor de Sub-Muestreo (Sub-bandas=6, Antenas=2). 109
5.1 Escenario Sensado de Espectro de Banda Ancha Cooperativo Centralizado. 113
5.2 Escenario Sensado de Espectro de Banda Ancha Cooperativo Propuesto. 115
5.3 Desempeño Algoritmo Cooperativo Propuesto vs Otros Algoritmos de Sensado Cooperativo en Función de SNR. 121
5.4 Curvas ROC para SNR = -3dB 122
5.5 Probabilidad de Detección Contra SNR en Función del Número de CRDs Cooperantes (Sub-bandas=6, Incompletitud=10). 123
5.6 Probabilidad de Detección Contra SNR en Función del Número de Sub-Bandas en la Multibanda (CRDs Cooperantes =3, Incompletitud=10). 123
5.7 Probabilidad de Detección Contra SNR en Función del Factor de Incompletitud (Sub-bandas=6, CRDs Cooperantes =2). 124
5.8 Escenario Sensado de Espectro de Banda Ancha Cooperativo por Grupos. 126
5.9 Escenario Sensado de Espectro de Banda Ancha Cooperativo Propuesto (Simplificación para el q-ésimo CRD por Grupo). 128
5.10 Desempeño Algoritmo Cooperativo Propuesto vs Otros Algoritmos de Sensado Cooperativo en Función de SNR. 135
5.11 Curvas ROC para SNR = -3dB. 135
5.12 Probabilidad de Detección Contra SNR en Función del Número de CRDs Cooperantes por Grupo (Sub-bandas=6). 136
5.13 Probabilidad de Detección Contra SNR en Función del Número de Sub-Bandas en la Multibanda (CRDs Cooperantes =3 por Grupo). . . 137
A.1 Analizador de Espectro Espectran HF 60100. 144

A.2 Antena Bicónica BicoLOG 20100E. 146
A.3 Software de Medición PC Analyzer Software MCS. 148
A.4 Mapa Punto de Medición. 148
A.5 Perfil Enlace Tx DVB-T a Punto de Medición. 149
A.6 Señal Multibanda DVB-T2 Adquirida Medición. 150
A.7 Muestras Sub-Nyquist Señal Multibanda DVB-T2. 151
A.8 Señal Multibanda DVB-T2 Reconstruida Algoritmo Sensado. 152
A.9 Señal Multibanda Real DVB-T2 vs Señal Multibanda DVB-T2 Reconstruida. 152

Lista de Tablas

Pág.

3.1 Búsqueda de Correspondencia Ortogonal - OMP 53
3.2 Parámetros de Simulación 60
3.3 Parámetros de Medición Señal DVB-T2 61
3.4 Parámetros de Medición Señal FM 61
3.5 Algoritmo de Sensado de Espectro de Banda Ancha 72

4.1 Algoritmo de Estimación Estadística Segundo Orden Señal 89
4.2 Algoritmo de Sensado de Espectro de Banda Ancha 90
4.3 Parámetros de Simulación 92
4.4 Algoritmo de Sensado de Espectro de Banda Ancha CRDs de Múltiples Antenas 104
4.5 Parámetros de Simulación 105

5.1 Algoritmo de Sensado de Espectro de Banda Ancha Cooperativo Centralizado 119
5.2 Parámetros de Simulación 120
5.3 Algoritmo de Sensado de Espectro de Banda Estrecha para cada CDR 132
5.4 Algoritmo de Sensado de Espectro Cooperativo Grupal de Banda Ancha en FC 133
5.5 Parámetros de Simulación 134

A.1 Parámetros de Medición 149

Lista de Abreviaturas

ADC: *Analog to Digital Converter* - Conversor Analógico a Digital

AIC: *Analog to Information Converter* - Conversor Analógico a Información

AWGN: *Additive White Gaussian Noise* - Ruido Blanco Aditivo Gausiano

CC: Complejidad Computacional

COSAMP: *Compressive Sampling Matching Pursuit* - Búsqueda de Correspondencia con Muestreo Compresivo

CR: *Cognitive Radio* - Radio Cognitivo

CRD: *Cognitive Radio Device* - Dispositivo de Radio Cognitivo

CRN: *Cognitive Radio Network* - Red de Radio Cognitivo

CS: *Compressive Sensing* - Sensado Compresivo

DB: Decibel

DSA: *Dynamic Spectrum Allocation* - Asignación Dinámica de Espectro

FC: *Fusion Center* - Centro de Fusión

FM: Frecuencia Modulada

GHZ: Gigahertz

KHZ: Kilohertz

MC: *Matrix Completion* - Compleción de Matrices

MCS: *Multicoset Sampling* - Muestreo Multiconjuntos

MHZ: Megahertz

MWC: *Modulated Wideband Converter* - Conversor Modulado de Banda Ancha

OMP: *Orthogonal Matching Pursuit* - Búsqueda de Correspondencia Ortogonal

OSA: *Opportunistic Spectrum allocation* - Asignación Oportunista de Espectro

PSD: *Power Spectrum Density* - Densidad Espectral de Potencia

PU: *Primary User* - Usuario Primario

RD: *Random Demodulator* - Demodulador Aleatorio

SNR: *Signal to Noise Ratio* - Relación Señal a Ruido

SS: *Spectrum Sensing* - Sensado de Espectro

SU: *Secondary User* - Usuario Secundario

SVD: *Singular Value Decomposition* - Descomposición de Valores Singulares

SVT: *Singular Value Thresholding* - Umbralización de Valor Singular

TV: Televisión

WBSS: *WideBand Spectrum Sensing* - Sensado de Espectro de Banda Ancha

WS: *White Space* - Espacio en Blanco

Lista de Símbolos

a	Escalar a
$\mathbf{a}$	Vector columna $\mathbf{a}$
$\mathbf{A}$	Matriz $\mathbf{A}$
$\mathbf{A^T}$	Transpuesta de la matriz $\mathbf{A}$
$Rango(\mathbf{A})$	Rango de la matriz $\mathbf{A}$
$\mathcal{N}(\mathbf{A})$	Espacio nulo de la matriz $\mathbf{A}$
$Spark(\mathbf{A})$	Chispa de la matriz $\mathbf{A}$
$\|a\|$	Módulo del escalar a
$\|\mathbf{a}\|$	Cardinalidad del vector $\mathbf{a}$
$\|\mathbf{a}\|_p$	Norma ℓ_p del vector $\mathbf{a}$
$\|\mathbf{a}\|_0$	Norma ℓ_0 del vector $\mathbf{a}$
$\|\mathbf{a}\|_*$	Norma nuclear del vector $\mathbf{a}$
$\mathcal{S}_k$	Conjunto de todas las señales k-dispersas
$\lfloor . \rfloor$	Piso inferior
$\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$	Producto escalar entre los vectores $\mathbf{a}$ y $\mathbf{b}$
$Supp(\mathbf{a})$	Soporte del vector $\mathbf{a}$
$O(.)$	Big O
$E(.)$	Valor esperado
$Var(.)$	Varianza
$Max(.)$	Máximo

$Min(.)$	Mínimo
$\mathbb{R}$	Conjunto de los números reales
$\mathbb{R}^n$	Conjunto de los vectores de tamaño n con entradas reales
$\mathbb{R}^{n\times m}$	Conjunto de las matrices de tamaño $n \times m$ con entradas reales
H_0	Hipótesis nula
H_1	Hipótesis alternativa
$\mathcal{N}(0, \sigma_n)$	Distribución Normal de media 0 y varianza σ_n^2
$\mathbf{y}(k)$	Vector de la señal recibida
$\mathbf{x}(k)$	Vector de la señal transmitida
$\mathbf{n}(k)$	Vector de ruido blanco gausiano
$\mathbf{h}(k)$	Vector de respuesta al impulso del canal
$\mathbf{x}_{In}(t)$	Componente en fase de la señal transmitida
$\mathbf{x}_{Qn}(t)$	Componente en cuadratura de la señal transmitida
$\mathbf{P}_d$	Probabilidad de detección
$\mathbf{P}_f$	Probabilidad de falsa alarma
$\mathbf{P}_{md}$	Probabilidad de omisión de detección

Capítulo 1
Introducción

En la última década, tanto industria como investigadores han centrado sus esfuerzos en el desarrollo de tecnologías que permitan optimizar la utilización de los recursos sub-utilizados como lo es el espectro, esto debido a la escasez producida por el crecimiento en la cantidad de usuarios actual y proyectada, y al crecimiento en la cantidad de aplicaciones que requerirán cada vez mayores anchos de banda; dentro de las posibles tecnologías que se consideran para el desarrollo de sistemas móviles e inalámbricos de próxima generación se encuentra Radio Cognitivo (CR), que ha sido considerada como una de las tecnologías que dará solución al problema de escasez de espectro mediante la habilitación de los usuarios no licenciados (Usuarios Secundarios - SU) para acceder o compartir de manera oportunista el espectro asignado a los usuarios licenciados (Usuarios Primarios - PU), para lo cual, el sensado de espectro es la función clave y habilitadora de CR.

El sensado de espectro es la función que permite a los SU tener conocimiento del entorno de radio, permitiendo identificar los espacios en blanco (WS) presentes en una banda de interés como se muestra en la figura 1.1. El sensado de espectro puede realizarse de manera individual por cada SU, caso en el cual al sensado de espectro se lo denomina sensado de espectro local; o puede realizarse de forma grupal, en la cual participan varios SU y se denomina sensado de espectro cooperativo; por lo cual, el eje central de esta tesis es el diseño y análisis de algoritmos y/o métodos eficientes locales y cooperativos de sensado de espectro de banda ancha

basados en muestreo Sub-Nyquist en Redes de Radio Cognitivo (CRN).

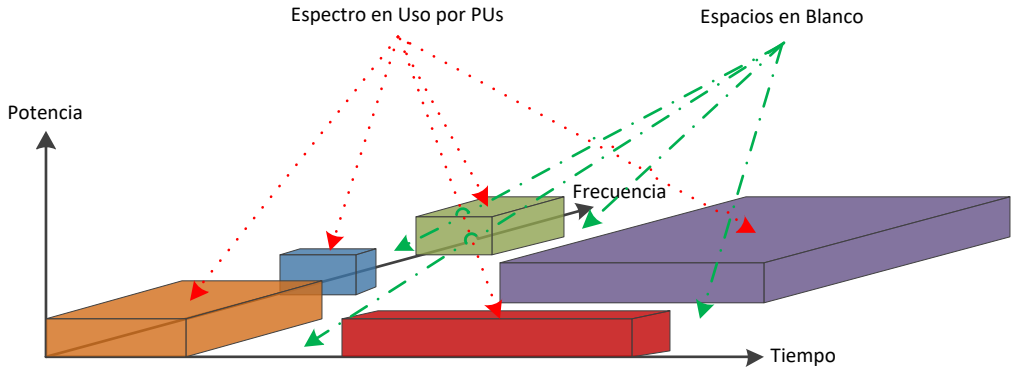

Figura 1.1. Ocupación del Espectro por PUs.

1.1 Motivación y Alcance

En la actualidad, la demanda de servicios de comunicaciones inalámbricas ha crecido de manera exponencial, lo cual ha producido que se hable de una saturación del espectro (Negrete, et al., 2013), situación que no necesariamente es correcta, dado que existen bandas de frecuencias que están siendo sub utilizadas (McHenry, et al., 2005), donde el ejemplo más evidente son las bandas asignadas para la prestación del servicio de televisión.

Por lo tanto, existen huecos espectrales (sub-banda ocupada solo por ruido denominada espacio en blanco - WS) que en algunos casos son permanentes, y en otros, se producen en determinados momentos sobre algunas bandas de frecuencia; lo cual implica un dilema, ya que por un lado, los usuarios de algunos servicios como los móviles, no cuentan con la suficiente cantidad de espectro para transmitir, pero de otra parte, algunas bandas espectrales no se encuentran completamente en uso (McHenry, et al., 2005).

Como una propuesta de solución al problema de sub-utilización del espectro derivado de la aplicación de políticas de asignación fija de espectro, surge el concepto de Asignación Dinámica de Espectro (DSA) (Zaho y Sadler, 2007); en el cual,

desde la perspectiva de un modelo de acceso al espectro jerárquico oportunista, desarrolla una técnica que permita la identificación rápida y precisa de los WS. Directamente asociado a DSA surge el concepto de Radio Cognitivo (CR), el cual fue propuesto en (Mitola, 1999), como una tecnología promisoria para explotar el espectro sub-utilizado, en la cual los dispositivos cognitivos detectan automáticamente estímulos en su entorno de radio y adaptan de forma inteligente sus parámetros de funcionamiento, garantizando la satisfacción de las necesidades de comunicación del usuario cognitivo (Usuario Secundario - SU) utilizando eficientemente y de forma oportunista los recursos espectrales no utilizados por los usuarios licenciados (Usuarios Primarios - PU) quienes poseen los derechos de uso del espectro, permitiendo a los SU utilizar el espectro asignado a los PU cuando estos últimos no se encuentren activos.

Para hacer esto, los SU requieren realizar de manera permanente el sensado de espectro, es decir, detectar la presencia o no de señal en el canal de comunicaciones; si se detecta que no existen usuarios primarios haciendo uso del espectro, el SU puede considerar que el canal sensado probablemente sea una oportunidad de espectro (Zaho y Sadler, 2007).

El sensado de espectro es una función fundamental en CR, sin embargo, existen factores que hacen que el sensado de espectro sea un reto, algunos de ellos son: Relación Señal a Ruido (SNR) la cual puede ser muy baja del orden de los -20dB, como por ejemplo, las señales provenientes de micrófonos inalámbricos que operan en la banda de TV; desvanecimiento multi-trayectoria, que puede causar fluctuaciones del nivel de la señal del orden de 20 a 30dB; adicionalmente el ruido y la interferencia, pueden presentar niveles variantes con el tiempo, lo cual genera incertidumbre en la detección (Cabric, et al., 2004).

Tradicionalmente el sensado de espectro se realiza detectando la presencia de señal canal por canal como se plantea en los métodos descritos anteriormente, lo cual implica alta complejidad, alta latencia y bajas tasas de acceso a canales disponibles. Una alternativa a este enfoque, es dividir una banda ancha de espectro (señal multibanda) en un gran número de canales o sub-bandas de banda angosta, los cuales son sensados simultáneamente, lo cual puede permitir disminuir la latencia y aumentar la velocidad de acceso a los canales disponibles; a este nuevo

enfoque se lo denomina sensado de espectro de banda ancha (Sun, et al., 2013).Sin embargo, el sensado de espectro de banda ancha requiere altas tasas de muestreo (iguales o mayores a la tasa de Nyquist) para digitalizar la señal, lo cual se traduce en procesar una gran cantidad de muestras que implican el incremento de la Complejidad Computacional (CC).

Buscando reducir la CC, se han propuesto varios métodos de sensado de espectro de banda ancha, Tian y Giannakis (2007) proponen un método para reconstruir la Densidad Espectral de Potencia (PSD) de la señal recibida para detectar canales disponibles, conociendo los límites de cada canal de banda estrecha usando el concepto de Sensado Compresivo (CS) (Donoho, 2006), igualmente Mishali y Eldar (2011) proponen un sistema de sensado de espectro de banda ancha basado en el Convertidor Modulador de Banda ancha (MWC), el cual obtiene muestras de la señal recibida a una tasa inferior a la tasa de Nyquist el cual no requiere conocimiento a priori de información del canal o características de la señal.

En los trabajos relacionados anteriormente, se puede evidenciar que los canales de banda estrecha que conforman una señal multibanda generalmente se encuentran parcialmente ocupados de manera simultánea, por lo cual, señales inalámbricas (multibanda) se consideran dispersas en el dominio de la frecuencia, es aquí donde CS, que se basa en el principio de dispersión, se vislumbra como un método efectivo para el procesamiento de señales multibanda inalámbricas a tasas inferiores a la tasa de Nyquist.

Sensado Compresivo es un método de adquisición de señales dispersas en el cual se consideran algunas pocas muestras, la cuales son menos que las tomadas a la tasa de Nyquist, (donde el problema de reconstrucción de la señal puede resolverse mediante optimización convexa o búsqueda codiciosa), estos esquemas proporcionan una forma efectiva de sensar señales dispersas y realizar una reconstrucción cercana a la perfecta a partir de proyecciones aleatorias (Donoho, 2006). En CS el muestreo de la señal multibanda a tasas inferiores a la tasa de Nyquist se realiza a través de Conversores Analógico a Información (AIC) como el Demodulador Aleatorio (RD) (Kirolos, et al., 2006; Tropp, et al., 2010). Un AIC relaciona directamente la idea de tomar muestras de la señal a la tasa de información.

Por consiguiente, se hace necesario realizar la función de sensado de espectro

de banda ancha mediante algoritmos que permitan reducir la cantidad de muestras a procesar, lo cual genera un aporte significativo en la reducción de la complejidad computacional requerida para la implementación de tecnologías como CR, permitiendo realizar de manera exitosa la Asignación Dinámica de espectro, haciendo que el usuario cognitivo tenga una conciencia más amplia del espectro disponible y de esta manera aprovechar una mayor cantidad de oportunidades espectrales y por lo tanto, alcanzar mayores tasas de transferencia de información.

1.2 Objetivos

1.2.1 General

Diseñar métodos y/o algoritmos eficientes de sensado de espectro basados en muestreo sub-Nyquist.

1.2.2 Específicos

- Proponer un marco de referencia metodológico para abordar el problema abierto de sensado de espectro en redes de radio cognitivo desde la perspectiva del muestreo sub-Nyquist.

- Proponer algoritmos de sensado de espectro basados en la integración de la(s) técnica(s) más relevante(s) de muestreo sub-Nyquist con las propiedades estadísticas de la matriz de muestras obtenidas del canal.

- Evaluar la eficiencia en el desempeño de los algoritmos propuestos frente a los algoritmos clásicos de sensado de espectro, basándose en métricas de probabilidad de omisión de detección y/o probabilidad de falsa alarma en condiciones de baja SNR.

1.3 Aportes

Los aportes realizados en esta tesis se clasifican de la siguiente manera:

1. Metodológicos

2. Muestreo Nyquist Incompleto

3. Sensado de Espectro de Banda Ancha Basado en Muestreo Nyquist Incompleto y Muestreo Sub-Nyquist

4. Sensado de Espectro de Banda Ancha Basado en Muestreo Sub-Nyquist y Sensado de Espectro de Banda Estrecha

1.3.1 Metodológicos

Los aportes metodológicos realizados en el desarrollo de esta tésis se relacionan a continuación:

1. Se propone un marco de referencia metodológico con el objetivo de formalizar el desarrollo de algoritmos basados en sensado compresivo en el procesamiento digital de señales, el cual se soporta en la publicación [P1] y se relaciona con el cumplimiento del objetivo específico 1.

2. Se propone un marco de referencia metodológico para el desarrollo formal y metódico de algoritmos de sensado de espectro, el cual se soporta en la publicación [P2] y se relaciona con el cumplimiento del objetivo específico 1.

1.3.2 Muestreo Nyquist Incompleto

El aporte realizado en este campo corresponde a la propuesta de una nueva matriz de sensado en el dominio disperso, propuesta con el ánimo de incorporar una aproximación al muestreo Nyquist Incompleto. Este aporte se soporta parcialmente en la publicación [P5] (aplicación práctica) y se plantea en esta tesis su desarrollo formal como trabajo futuro.

1.3.3 Sensado de Espectro de Banda Ancha Basado en Muestreo Nyquist Incompleto y Muestreo Sub-Nyquist

En este ámbito los aportes realizados pueden relacionarse como:

1. Sensado de Espectro de Banda Ancha Local Basado en Muestreo Sub-Nyquist

2. Sensado de Espectro de Banda Ancha Cooperativo Basado en Muestreo Nyquist Incompleto

Sensado de Espectro de Banda Ancha Local Basado en Muestreo Sub-Nyquist

En este sentido, se aborda el problema de detectar la actividad de un los PUs en un entorno de radio multibanda, actividad que en cada sub-banda se modela como una prueba de hipótesis binaria. En este escenario, se propone el algoritmo presentado en la publicación [P3], el cual posteriormente evoluciona a una forma dinámica presentada en la publicación [P4] y [P7], aportes asociados al cumplimiento del objetivo general y objetivos específicos 2 y 3. En los algoritmos relacionados anteriormente, se propone un detector basado en la estimación de la matriz de covarianza de la señal a partir de la matriz de covarianza de las muestras, para este proceso de estimación se propone un algoritmo de reconstrucción de la matriz de covarianza de la señal basado en OMP y el proceso de decisión se realiza a partir de la detección de energía en cada sub-banda de acuerdo a la diagonal principal de la matriz de covarianza estimada.

Así mismo, se propone el algoritmo de la publicación [P6], en el cual se consideran los sistemas de múltiples antenas que son ampliamente utilizados en la actualidad dada su eficacia en múltiples aspectos como incremento de la capacidad y mejor desempeño en canales con desvanecimiento (Goldsmith, 2005). De hecho, el uso de este tipo de sistemas en CR es uno de los posibles enfoques para el sensado de espectro explotando las observaciones realizadas en el dominio espacial. En este algoritmo se propone un detector basado en la reconstrucción de la señal presente en la multibanda a partir de las muestras sub-Nyquist, la reconstrucción de la señal se realiza mediante el algoritmo CoSamp (Needell y Tropp, 2010) y el proceso de decisión se realiza a partir de la detección de energía en cada sub-banda.

La evaluación del desempeño de los algoritmos propuestos se realiza mediante simulación. La verificación se realiza mediante el procesamiento de señales reales adquiridas de acuerdo con el apéndice 1. En este proceso se evidencia que los algoritmos propuestos mejoran el desempeño obtenidos por otros algoritmos de sensado de espectro de banda ancha propuestos y actualmente vigentes, con lo cual se evidencia un aporte significativo en la solución al problema abierto de sensado

de espectro de banda ancha considerando la reducción del número de muestras requeridas para realizar la función de sensado, lo cual redunda en la reducción del tiempo de sensado, consumo de energía y complejidad computacional, todas ellas requeridas para la implementación de tecnologías como CR, permitiendo realizar de manera exitosa la Asignación Dinámica de espectro, haciendo que el usuario cognitivo tenga una conciencia más amplia del espectro disponible y de esta manera aprovechar una mayor cantidad de oportunidades espectrales y por lo tanto, alcanzar mayores tasas de transferencia de información.

Sensado de Espectro de Banda Ancha Cooperativo Basado en Muestreo Nyquist Incompleto

En este escenario, el problema abordado es el mismo definido como objeto de estudio de esta tesis, en el cual se busca detectar la actividad de los PUs en un entorno de radio multibanda, actividad que en cada sub-banda se modela como una prueba de hipótesis binaria, con el objetivo de obtener algoritmos eficientes en la cantidad de muestras a procesar, que permitan realizar el sensado de espectro consiguiendo probabilidad de detección aproximadamente igual a uno en condiciones de baja SNR. Para ello se propone el algoritmo de la publicación [P5] donde la operación de muestreo en cada CRD se realiza mediante la matriz de muestreo Nyquist Incompleto propuesta y el detector se basa en la reconstrucción de la señal presente en la multibanda a partir de las muestras incompletas, la reconstrucción de la señal se realiza mediante el algoritmo SVT (Cai, et al., 2010) y el proceso de decisión local se realiza a partir de la detección de energía en cada sub-banda, mientras que la decisión conjunta se realiza mediante regla OR en el centro de fusión.

Al igual que en el caso local, la evaluación del desempeño de los algoritmos propuestos se realiza mediante simulación y la verificación se realiza mediante el procesamiento de señales reales adquiridas de acuerdo con el apéndice 1. Permitiendo obtener resultados análogos a los obtenidos para el caso de sensado de espectro local.

1.3.4 Sensado de Espectro de Banda Ancha Basado en Muestreo Sub-Nyquist y Sensado de Espectro de Banda Estrecha

En esta área se aporta mediante la propuesta de un algoritmo de Sensado de Espectro de Banda Ancha Centralizado Basado en Muestreo Sub-Nyquist y Sensado de Espectro de Banda Estrecha, introduciendo el concepto de grupos cooperativos de sensado de espectro.

En este contexto, se aborda el problema como objeto de estudio de esta tesis. Para ello se propone un novedoso mecanismo cooperativo centralizado basado en el sensado de espectro de banda estrecha grupal que utiliza muestreo Sub-Nyquist, lo cual permite minimizar la cantidad de muestras a procesar, y explotar la diversidad espacial mediante la cooperación de los distintos CRD en un mismo grupo, minimiza la carga de información en los enlaces con el Centro de Fusión (FC) (centro de decisión cooperativo) y mejora el desempeño en términos de detección y características operacionales del receptor.

El algoritmo propuesto realiza la operación de sensado de banda estrecha en cada CRD perteneciente a un grupo mediante el algoritmo propuesto en [P7], para posteriormente tomar la decisión conjunta mediante regla OR en el centro de fusión de grupos de acuerdo a como se ilustra en el capítulo 5 de esta tesis.

Al igual que en el caso local, la evaluación del desempeño de los algoritmos propuestos se realiza mediante simulación y la verificación se realiza mediante el procesamiento de señales reales adquiridas de acuerdo con el apéndice 1. Permitiendo obtener resultados análogos a los obtenidos para el caso de sensado de espectro local.

1.4 Principales Resultados

Los principales resultados obtenidos en el desarrollo de esta tesis se encuentran principalmente en los siguientes campos:

1. Publicaciones

2. Tesis de Maestría

3. Proyectos de Investigación

1.4.1 Publicaciones

Parte de los resultados de investigación derivados del desarrollo de esta tesis se han publicado en revistas indexadas (ISI o Scopus) de orden nacional e internacional y en Conferencias Internacionales. Estas publicaciones se relacionan a continuación:

P1 Evelio Astaiza Hoyos, Pablo Emilio Jojoa Gómez, Héctor Fabio Bermudez, ”Compressive Sensing: A Methodological Approach to an Efficient Signal Processing”, Revista DYNA 82 (192), Universidad Nacional Sede Medellín, pp. 203-210. August, 2015

P2 Evelio Astaiza Hoyos, Pablo Emilio Jojoa Gómez, Héctor Fabio Bermudez, ”A Methodological Framework for Efficient Cognitive Radio Spectrum Sensing”, Revista Facultad de Ingeniería, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, En Evaluación.

P3 Evelio Astaiza Hoyos, Pablo Emilio Jojoa Gómez, Francisco Novillo, ”Energy Wideband Spectrum Sensing Based On SubNyquist Sampling And Second Order Statistics”, IEEE ETCM 2016, Por Publicar IEEE Explore.

P4 Evelio Astaiza Hoyos, Pablo Emilio Jojoa Gómez, Francisco Novillo, ”Dynamic Compressive Wideband Spectrum Sensing Based On Signal Covariance Matrix”, IEEE ANDESCON 2016, Por Publicar IEEE Explore.

P5 Evelio Astaiza Hoyos, Pablo Emilio Jojoa Gómez, Francisco Novillo, ”Cooperative Wideband Spectrum Sensing for Cognitive Radio Devices Based on Uniform Sub-Nyquist Sampling in Sparse Domain”, IEEE LATINCOM 2016, Por Publicar IEEE Explore.

P6 Evelio Astaiza Hoyos, Pablo Emilio Jojoa Gómez, Héctor Fabio Bermudez, ”Compressive Local Wideband Spectrum Sensing Algorithm for Multiantenna Cognitive Radios”, IEEE LATINCOM 2016, Por Publicar IEEE Explore.

P7 Evelio Astaiza Hoyos, Pablo Emilio Jojoa Gómez, Héctor Fabio Bermudez, ”Local Wideband Spectrum Sensing Dynamic Algorithm Based on Compressive

Sensing", International Journal of Engineering and Technology (IJET) , En Evaluación.

P8 Evelio Astaiza Hoyos, Pablo Emilio Jojoa Gómez, Héctor Fabio Bermudez, "Sondeo compresivo aplicado a la detección eficiente de espacios en blanco en señales multibanda - validación metodológica", Revista Chilena de Ingeniería - Ingeniare, Volumen 25 N° 3, julio - septiembre 2017.

1.4.2 Tesis Maestría

Otra parte de los resultados de la investigación realizada en esta tesis, se relaciona en el planteamiento, dirección y desarrollo de las siguientes tesis de maestría:

T1 Wilmer Diego Jimenez Trujillo, "Esquema De Detección De Huecos Espectrales En Banda Ancha En El Dominio Del Tiempo, Basado En Matrices Aleatorias Y Muestreo Sub-Nyquist Para Radio Cognitivo", Tesis Maestría en Ingeniería, Universidad del Quindío, Director Evelio Astaiza Hoyos, En Desarrollo.

T2 Auramaría Londoño Cano, "Algoritmo de Sensado de Espectro de Banda Ancha Basado en Teoría de Matrices Aleatorias y Muestreo Sub-Nyquist: Una Propuesta a Partir de las Características en el Dominio de la Frecuencia de la Señal Sensada", Tesis Maestría en Ingeniería, Universidad del Quindío, Director Evelio Astaiza Hoyos, En Desarrollo.

T3 Herman Hamilton Guerrero Chapal, "Sensado de Espectro de Banda Ancha Basado en la Distribución de los Valores Propios y/o Valores Singulares de la Señal Recibida Utilizando Muestreo Sub-Nyquist", Tesis Maestría en Electrónica y Telecomunicaciones, Universidad del Cauca, Director Evelio Astaiza Hoyos, En Desarrollo.

T4 Olger Ferledy Erazo De La Cruz, "Sensado De Espectro En Banda Ancha Basado En Matrix Completion Para Redes De Radio Cognitiva", Tesis Maestría en Electrónica y Telecomunicaciones, Universidad del Cauca, Director Evelio Astaiza Hoyos, En Desarrollo.

1.4.3 Proyectos de Investigación

Como resultado adicional de esta tesis se encuentra el proyecto interno de investigación de la Universidad del Quindío con código 741 titulado ”Sensado de Espectro Basado en Teoría de Matrices Aleatorias para Redes de Radio Cognitivo”, el cual nace como una iniciativa de continuación en la investigación iniciada con esta tesis doctoral, que actualmente se encuentra en ejecucíon por los miembros del Grupo de Investigación en Telecomunicaciones de la Universidad del Quindío - GITUQ.

1.5 Organización de la Tesis

La organización de esta tesis se ilustra en la figura 1.2, donde se describe la relación existente entre objetivos, capítulos, publicaciones y aportes. En el capítulo 2 se presentan los conceptos fundamentales para abordar el problema abierto del sensado de espectro de banda ancha basado en muestreo sub-Nyquist en sistemas de CR. Inicialmente se establece como se entiende el concepto de sensado de espectro en el contexto de esta tesis y normativo, para posteriormente clasificar las formas de realizar el sensado de espectro e introducir brevemente el modelo de sensado como una prueba de hipótesis binaria. Así mismo se presentan los conceptos y definiciones fundamentales de sensado compresivo y compleción de matrices.

En el capítulo 3 se presenta el problema metodológico para el diseño de algoritmos que cumplan los requerimientos del sensado de espectro en sistemas de CR. Este capítulo se basa en los conceptos fundamentales y definiciones abordadas en el capítulo anterior para definir de manera inicial, un conjunto de etapas metodológicas coherentes que permitan realizar el sensado de espectro en sistemas de CR considerando los retos y requerimientos en este tipo de sistemas. En segunda instancia se define de manera similar un conjunto de etapas metodológicas coherentes que permitan aplicar de manera formal la teoría de sensado compresivo al procesamiento digital de señales. Finalmente, se validan de forma conjunta los dos marcos de referencia metodológicos propuestos mediante el diseño de un algoritmo de sensado de espectro de banda ancha para sistemas de CR.

En el capítulo 4, con base en los conceptos y definiciones abordados en el capítulo 2, y basado en los marcos de referencia metodológicos propuestos y vali-

dados en el capítulo 3, se diseñan algoritmos para el sensado de espectro de banda ancha local tanto para dispositivos de CR de única antena como de múltiples antenas, para los cuales se obtienen los correspondientes límites teóricos de desempeño en función de las métricas definidas en los objetivos de esta tesis, así mismo, se evalúa el desempeño de los algoritmos mediante simulación. La verificación se realiza mediante el procesamiento de señales reales adquiridas de acuerdo con el apéndice 1.

En el capítulo 5, al igual que en el capítulo anterior, con base en los conceptos y definiciones abordados en el capítulo 2, y basado en los marcos de referencia metodológicos propuestos y validados en el capítulo 3, se diseñan algoritmos para el sensado de espectro de banda ancha cooperativo, adicionalmente se propone un novedoso método de cooperación basado en sensado de banda estrecha y cooperación de grupos. Para cada uno de los métodos y/o algoritmos se obtienen los correspondientes límites teóricos de desempeño en función de las métricas definidas en los objetivos de esta tesis, así mismo, se evalúa el desempeño de los algoritmos mediante simulación. La verificación se realiza mediante el procesamiento de señales reales adquiridas de acuerdo con el apéndice 1.

Finalmente en el capítulo 6, culmina este documento de tesis con la presentación de las conclusiones y trabajos futuros.

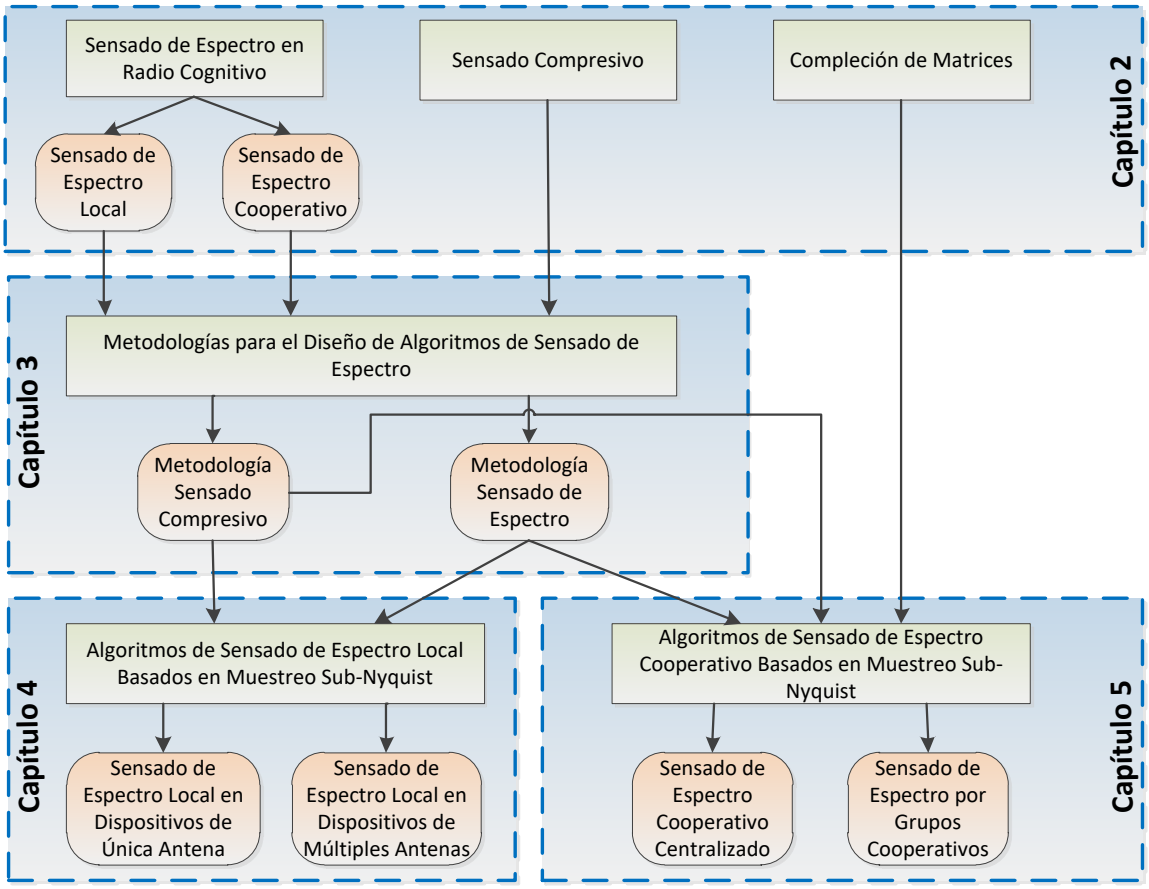

Figura 1.2. Organización de la Tesis.

Capítulo 2
Fundamentos y Estado del Arte

En los últimos años se ha experimentado un crecimiento exponencial en la demanda de conexiones y servicios móviles e inalámbricos dada la percepción de ubicuidad de los usuarios, ello ha traído como consecuencia, un incremento igualmente exponencial en el tráfico de datos en las redes móviles e inalámbricas (Negrete, et al., 2013). Debido a este fenómeno, la percepción de los usuarios de estos sistemas ha sido de degradación de los servicios de comunicaciones, y desde la perspectiva de los operadores de red la percepción es de escasez de recursos espectrales que permitan satisfacer las demandas de los usuarios.

Por lo anterior, y vislumbrando la problemática desde una perspectiva y escenario amplios, se evidencia que en gran medida el problema reside en las políticas de asignación fija de espectro, donde las bandas espectrales asignadas a servicios como los de telefonía móvil celular o a las comunicaciones inalámbricas en redes de área personal o local, experimentan saturación, mientras las bandas asignadas a servicios como los de televisión o bandas de uso militar se encuentran sub-utilizadas.

Como alternativa de solución al problema de ineficiencia evidenciada en las políticas de asignación fija de espectro, surge el concepto de Asignación Dinámica de Espectro (DSA) (Zaho y Sadler, 2007), en el cual se plantean tres modelos diferentes, y particularmente el enfoque de superposición de espectro (*spectrum overlay*), es posible implementarlo mediante la tecnología de CR. Para lograr esto, un Dispositivo de Radio Cognitivo (CRD) requiere tener un conocimiento amplio de su

entorno de radio, particularmente con respecto a las oportunidades espectrales (espacios en blanco) existentes en un escenario de banda ancha; este conocimiento, es posible adquirirlo mediante el sensado de espectro, motivo por el cual se considera como la función habilitadora de CR.

Por consiguiente, el Sensado de Espectro (SS) es la función clave que habilita a CR para tener el conocimiento de los recursos espectrales disponibles en una banda de interés. Sin embargo, uno de los mayores problemas en el SS es el gran número de muestras a procesar cuando se realiza el muestreo de señales de banda ancha a tasa iguales o superiores a la tasa de Nyquist, lo cual genera grandes tiempos de detección, altos consumos de energía y la necesidad de altas capacidades de procesamiento en los CRD. Por ello, en los últimos años, basados en la idea de una ocupación dispersa del canal de comunicaciones en escenarios multibanda (i.e. pocas bandas de frecuencia ocupadas y múltiples disponibles), se han trabajado diversidad de propuestas basadas en Sensado Compresivo (CS) (Baraniuk, 2007; Astaiza, et al., 2015), el cual proporciona una manera eficiente de procesar señales dispersas, es decir, que se pueden aproximar por una expansión en términos de una base adecuada, que solo tiene algunos términos significativos, esta característica permite realizar el sensado de espectro de banda ancha digitalizando la señal multibanda a tasas inferiores a la tasa de Nyquist. Así mismo la teoría de Compleción de Matrices (Candes y Recht, 2008), permite predecir las entradas faltantes en una matriz de datos parcialmente observados (sub-muestreados) a través de un modelo de bajo rango, por lo cual, una de sus aplicaciones es el sensado de espectro de banda ancha basado en muestreo sub-Nyquist.

Por consiguiente, en este capítulo se presenta una descripción breve de los principales conceptos de Sensado de Espectro, Sensado Compresivo y Compleción de Matrices, que serán usados en los capítulos posteriores de esta tesis.

2.1 Sensado de Espectro en Radio Cognitivo

La función primaria de los CRD es identificar de manera confiable los recursos espectrales que temporalmente se encuentran disponibles (no utilizados por los PU) en un área geográfica. Para lograr este propósito, los CRD deben tener la capacidad de identificar con una alta probabilidad la ubicación de los WS disponibles en

una banda ancha de interés, para ello, se hace necesario implementar en el CRD técnicas de conocimiento de espectro de banda ancha tales como bases de datos para el acceso de espectro o el sensado de espectro de banda ancha. El conocimiento de espectro de banda ancha implica que a diferencia del de banda angosta (identifica espacios en blanco sobre una banda de unos cuantos KHz, generalmente equivalentes a un canal de radio de un sistema primario particular), el CR busca identificar los espacios en blanco existentes en una banda de frecuencias de decenas de MHz a unos cuantos GHz, donde en general existen múltiples canales de radio de múltiples sistemas primarios, con el objetivo de alcanzar mayores tasas de desempeño oportunista, por lo tanto, la banda ancha sobre la cual se desea tener el conocimiento de espectro puede dividirse en múltiples sub-bandas de banda angosta, de las cuales se desea conocer cuales corresponden a espacios en blanco.

El conocimiento de espectro puede realizarse en general de dos maneras: La primera, a través de bases de datos de acceso de espectro (FCC, 2011), la cual se realiza mediante la implementación de bases de datos centralizadas que contienen información de los espacios en blanco existentes en el área de influencia, las cuales son actualizadas periódicamente por los operadores primarios indicando las sub-bandas utilizadas en la región geográfica de influencia del sistema, de esta forma, los usuarios cognitivos pueden consultar las bases de datos obteniendo información de los espacios en blanco existentes en su vecindad. Esta solución se vislumbra como transitoria de acuerdo a que proporciona información sobre el espectro disponible en un área determinada mas no en tiempo real, implicando altas tasas de señalización e involucrando actores adicionales en el escenario de CR como lo es el operador u operadores de las bases de datos y la infraestructura requerida para la operación del mecanismo. La segunda, se realiza a través del sensado de espectro de banda ancha (Tian y Giannakis, 2006; Quan, et al., 2008), el cual requiere que los CRD realicen de manera permanente la detección de actividad de los PU en el canal de comunicaciones en la banda ancha de interés. Siendo esta segunda alternativa en la cual se enfoca esta tesis, ya que se considera presenta una solución mas amplia al problema de conocimiento de espectro y con menores requerimientos de infraestructura.

Analíticamente, la detección de señal puede reducirse a un simple problema de identificación formalizado como una prueba de hipótesis (Vantrees, 1968; Urkowitz,

1967; Poor, 1994) como se muestra en la figura 2.1.

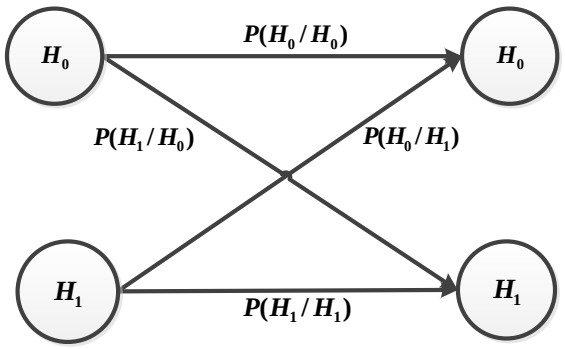

Figura 2.1. Prueba de hipótesis y posibles resultados con sus correspondientes probabilidades.

Donde H_0 y H_1 son los estados sensados que denotan ausencia y presencia de señal respectivamente, lo cual formalmente puede describirse como se ilustra en la ecuación 2.1.

$$y(k) = \begin{cases} n(k) & : H_0 \\ x(k) + n(k) & : H_1 \end{cases} \tag{2.1}$$

con $y(k)$ que representa la muestra a ser analizada en el instante de tiempo k, $n(k)$ representa el ruido el cual no necesariamente es gaussiano de varianza σ^2 y $x(k)$ es la señal que se desea detectar.

Por consiguiente, como se observa en la figura 2.1, se pueden definir cuatro casos en el proceso de detección de señal:

Caso 1: Se detecta solo ruido (H_0) dado que en el canal solo hay ruido (H_0 es verdadero).

Caso 2: Se detecta señal y ruido (H_1) dado que en el canal hay señal y ruido (H_1 es verdadero).

Caso 3: Se detecta solo ruido (H_0) dado que en el canal hay señal y ruido (H_1 es verdadero).

Caso 4: Se detecta señal y ruido (H_1) dado que en el canal solo hay ruido (H_0 es verdadero).

Los casos 1 y 2 se consideran como una detección correcta, mientras que los casos 3 y 4 se definen como una omisión de detección y una falsa alarma respectivamente. Es claro que el objetivo del detector es realizar siempre una detección correcta de la presencia o ausencia de señal, sin embargo, esto no necesariamente se puede lograr en la práctica debido a la naturaleza estadística del problema; es por ello que la omisión en la detección es el mayor problema en el sensado de espectro, dado que en el escenario de las redes de radio cognitivo, implica el interferir con el usuario primario.

Un aspecto relevante en el procedimiento de sensado de espectro es el ruido en el canal, donde la mayoría de trabajos en sensado de espectro consideran que el ruido es gaussiano dado que en el canal se suman múltiples fuentes independientes de ruido (teorema del límite central); sin embargo en escenarios realistas, esta aproximación no necesariamente es la más apropiada dado que los receptores modifican el ruido a través de procesos tales como filtraje, no alinealidades del amplificador y control automático de ganancia (Proakis y Salethi, 1995; Haykin, 2001).

Un desempeño pobre del método de sensado en régimen de baja SNR (*Signal Noise Ratio*) significa que el método se afecta negativamente por bajas ganancias de canal; para el caso de un canal de ganancia variable, como es el caso del canal inalámbrico, la ecuación 2.1 puede reescribirse como la ecuación 2.2.

$$y(k) = \begin{cases} n(k) & : H_0 \\ h(k)x(k) + n(k) & : H_1 \end{cases} \tag{2.2}$$

donde $h(k)$ representa la ganancia del canal en el instante de tiempo k. De acuerdo a que en un entorno de comunicaciones inalámbricas es razonable asumir que el dispositivo de sensado de espectro no conoce la localización del transmisor, se presentan dos posibilidades para tener una baja ganancia de canal:

1. Una baja ganancia de canal $h(k)$ se debe solamente a las pérdidas de propagación, dada la distancia que separa al transmisor del dispositivo de sensado, lo cual significa que el transmisor se encuentra alejado del radio cognitivo y

por consiguiente fuera del rango de cobertura, lo cual permite realizar una transmisión segura.

2. Una baja ganancia de canal $h(k)$ se debe a desvanecimiento por multitrayecto, lo cual significa que el dispositivo de sensado podría estar en el rango de cobertura del transmisor y puede causar interferencia.

Por lo tanto, los dispositivos de sensado de espectro deben ser capaces de detectar de forma fiable la ocupación o no de un canal incluso en presencia de desvanecimiento fuerte.

A continuación, como se muestra en la figura 2.2 se describe la clasificación o métodos de sensado de espectro de acuerdo a criterios tales como el número de bandas a sensar (sensado de banda estrecha y banda ancha) y número de CDRs participantes en el sensado (sensado local y cooperativo).

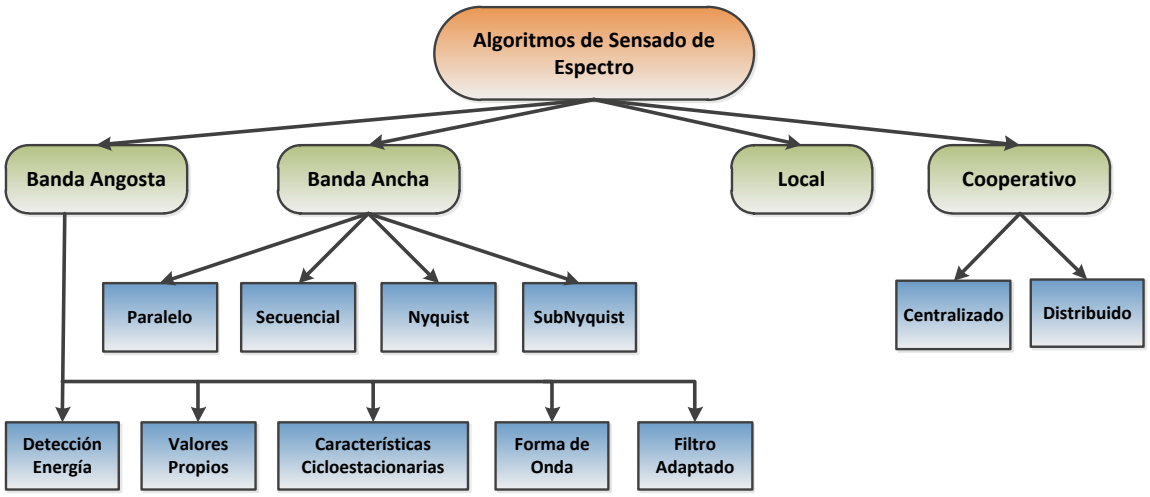

Figura 2.2. Métodos de Sensado de Espectro.

2.1.1 Sensado de Espectro de Banda Angosta

Este tipo de sensado de espectro hace referencia al ancho de banda de interés, donde se identifican los espacios en blanco sobre una banda de unos cuantos KHz,

generalmente equivalentes a un canal de radio de un sistema primario particular. Así mismo, se asocia al hecho de que el ancho de banda sensado es menor que el ancho de banda de coherencia del canal. En este orden de ideas, la gran mayoría de métodos clásicos de sensado de espectro corresponden a métodos de banda estrecha dentro de los cuales se encuentran los siguientes:

Sensado de espectro basado en detección de energía: (Urkowitz, 1967; Arianananda, et al., 2009; Lu, et al., 2012; Wang y Liu, 2011; Yucek y Arslan, 2009; Digham, et al., 2007; Herath, et al., 2011; Ruttik, et al., 2009), el cual es de gran interés dada la baja complejidad de implementación, sin embargo, su desempeño se ve seriamente afectado por la incertidumbre del piso de ruido. En este método, la energía de la señal recibida del PU se mide en un periodo de tiempo específico en la banda de interés para ser comparada con un umbral que depende del piso de ruido.

Sensado de espectro basados en valores propios: Los valores propios se proponen para superar el problema de la incertidumbre del piso de ruido a costa de incrementar la complejidad computacional. Adicionalmente, el desempeño de este tipo de detectores decrementa en presencia de interferencia de canal adyacente (Kortun, et al., 2011; Zeng y Liang, 2009a,b; Nadler, 2011; Pillay y Xu, 2012, 2013; Zeng, et al., 2008). Este método propone tomar la decisión de ocupación espectral basado en la distribución de los valores propios de la matriz de correlación de la señal y/o basado en la razón entre el máximo y mínimo valor propio de la matriz de correlación de la señal.

Sensado de espectro basado en características cicloestacionarias: Explota la cicloestacionariedad de la señal recibida (Huang y Tugnait, 2013; Khalaf, et al., 2011a,b, 2012, 2013; Li y Jayaweera, 2013; Sadeghi, et al., 2012; Shen y Alsusa, 2013; Urriza, et al., 2013). De acuerdo a que el ruido es un proceso estocástico estacionario en sentido amplio y las señales moduladas son cicloestacionarias, una señal de un PU puede diferenciarse del ruido y con ello realizar la detección de WS. Sin embargo, estos algoritmos presentan una alta complejidad computacional y se requiere de un gran número de muestras para obtener el comportamiento cicloestacionario de la señal.

Sensado de espectro basado en Forma de Onda: Este tipo de sensado se basa

en el conocimiento a priori de características conocidas de la señal tales como patrones, preámbulos, secuencias de ensanchamiento, etc., donde la correlación entre la señal recibida y una copia conocida del patrón, ayuda a determinar la ocupación o no del canal (detección de WS)(Iqbal y Ghafoor, 2012). El principal problema de este método de sensado es que solo es aplicable en escenarios en los cuales los patrones de la señal presente en el canal son conocidos.

Sensado de espectro basado en Filtraje Adaptado: Es un método no ciego, el cual se considera óptimo cuando la señal transmitida es conocida por el CRD (Jiang, et al., 2012; Ma, et al., 2012). La principal ventaja es el desempeño del método, sin embargo no se considera como una opción viable en sensado de espectro en sistemas de CR, dado el conocimiento a priori requerido y la sincronización requerida con la señal del PU.

2.1.2 Sensado de Espectro de Banda Ancha

Sensado de espectro de banda ancha (Sun, et al., 2013; Shaban y Bayoumi, 2016) hace referencia al proceso de identificación de los espacios en blanco existentes sobre una banda de frecuencias de decenas de MHz a unos cuantos GHz, donde en general existen múltiples canales de radio de múltiples sistemas primarios, con el objetivo de alcanzar mayores tasas de desempeño oportunista, por lo tanto, la banda ancha sobre la cual se desea tener el conocimiento de espectro puede dividirse en múltiples sub-bandas de banda angosta, de las cuales se desea conocer cuales corresponden a espacios en blanco.

El sensado de espectro de banda ancha puede clasificarse de acuerdo el tipo de muestreo utilizado, ya sea tomando las muestras a tasas iguales o superiores a la tasa de Nyquist (Muestreo Nyquist), lo cual implica hablar de sensado de espectro de banda ancha Nyquist; o muestreando la señal a tasas inferiores a la tasa de Nyquist (Muestreo sub-Nyquist), por lo anterior, surge el concepto de sensado de espectro de banda ancha sub-Nyquist.

Sensado de Espectro de Banda Ancha Nyquist

En este tipo de sensado de banda ancha se realiza la operación de muestreo mediante conversores analógico digital (ADC)convencionales para posteriormente me-

diante procesamiento digital de la señal de banda ancha adquirida realizar la operación de sensado (Boroujeny, 2008; Tian y Giannakis, 2006; Quan, et al., 2009). Los algoritmos que implementan este tipo de sensado de banda ancha, por lo general utilizan las mismas características de la señal utilizadas en los algoritmos de sensado de espectro de banda estrecha (tales como energía, valores propios, filtraje adaptado, características cicloestacionarias, etc.) para realizar la detección de espacios en blanco.

Sensado de Espectro de Banda Ancha Sub-Nyquist

En este tipo de sensado de banda ancha se realiza la operación de muestreo a tasas inferiores a la tasa de Nyquist, estos muestreadores sub-Nyquist en general son de tipo aleatorio y no uniformes; las técnicas propuestas que permiten realizar un muestreo no uniforme de señales dispersas son: la Conversión Analógico a Información (AIC) (Sun, et al., 2013; Laska, et al., 2007), la cual se basa en la idea de realizar un muestreo no uniforme de la señal a la tasa de información, Conversión Modulada de Banda Ancha (*Modulated Wideband Conversion* - MWC) (Sun, et al., 2013; Mishali y Eldar, 2010), que se basa en el muestreo generalizado y en la modulación y filtraje de la señal a muestrear sobre múltiples ramas, cada una de ellas, con diferentes funciones moduladoras, lo cual permite explotar las características de las señales multibanda en el dominio frecuencia para realizar un muestreo no uniforme que permita estructurar la señal sub-muestreada en el dominio frecuencia; finalmente, el *MultiCoset Sampling* (MCS) (Sun, et al., 2013; Mishali y Eldar, 2009; Yen, et al., 2013), que busca reducir la cantidad de muestras obtenidas de señales multibanda considerando que el soporte de estas señales en el dominio de la frecuencia es una unión de intervalos finitos.

Generalmente, en este tipo de algoritmos se realiza la reconstrucción de la señal de banda ancha a partir de las muestras sub-Nyquist, para posteriormente hacer uso de las características de la señal utilizadas en los algoritmos de sensado de espectro de banda estrecha (tales como energía, valores propios, filtraje adaptado, características cicloestacionarias, etc.) para realizar la detección de espacios en blanco (Damavandi y Nader-Esfahani, 2015; Wael, et al., 2015; Das y Jayaweera, 2015; Elnahas y Elsabrouty, 2016; Ma, et al., 2016). Otros algoritmos, buscan realizar la detección de espacios en blanco directamente, a partir de las muestras sub-

Nyquist de la señal de banda ancha (Ren, et al., 2016; Zeinalkhani y Banihashemi, 2015).

2.1.3 Sensado de Espectro Local

El sensado de espectro local es aquel que se realiza de manera individual en cada dispositivo receptor secundario. De esta forma, el dispositivo secundario sensa el canal para identificar la presencia o no de PU en el canal sensado y de esta manera tomar la decisión sobre la existencia o no de un WS en el canal.

En general, los métodos de sensado de espectro local presentan un desempeño adecuado cuando es posible asumir condiciones de canal gausiano (AWGN - *Additive White Gaussian Noise*), sin embargo, en escenarios con desvanecimiento los estos métodos no presentan resultados satisfactorios debido a las limitaciones impuestas por los efectos asociados al desvanecimiento como el multitrayecto, sombra y el problema del nodo oculto.

En este escenario, lo métodos de sensado de espectro local son en general los mismos relacionados anteriormente en la sección de sensado de espectro de banda angosta, por lo cual, se convierten en la base para realizar el sensado de espectro de banda ancha y cooperativo.

2.1.4 Sensado de Espectro Cooperativo

En el sensado de espectro cooperativo en general participan dos o más dispositivos secundarios que operan de manera conjunta para tomar la decisión de la existencia de WS en una banda sensada (Romero D. y Lopez-Valcarce, 2011; Ribeiro, et al., 2012; Hsu, et al., 2014; Assra, et al., 2016; Cohen, et al., 2015; Khalid, et al., 2009; Jamali, et al., 2011; Derakhtian, et al., 2012; Qian, et al., 2012; Liu, et al., 2013; Wang, et al., 2014; Tsinos y Berberidis, 2015; Mousavifar y Leung, 2015; Song y Hamouda, 2016; Furtado, et al., 2016; Yang, et al., 2016; Dikmese, et al., 2016; Dubey y Verma, 2015; Qin, et al., 2016). La cooperación entre dispositivos secundarios puede realizarse de forma centralizada como se muestra en la figura 2.3 (Assra, et al., 2016; Khalid, et al., 2009; Jamali, et al., 2011; Derakhtian, et al., 2012; Qian, et al., 2012; Liu, et al., 2013; Wang, et al., 2014; Mousavifar y Leung, 2015; Song y Hamouda, 2016; Furtado, et al., 2016; Yang, et al., 2016; Dikmese, et

al., 2016; Dubey y Verma, 2015; Qin, et al., 2016), donde existe una entidad central o centro de fusión al cual se remiten las mediciones del canal o las decisiones individuales (locales) de cada dispositivo secundario para tomar la decisión de ocupación espectral (identificación de WS); otra forma de cooperación es en la cual no se requiere de entidad central para tomar la decisión de ocupación espectral como se muestra en la figura 2.4, en este caso, los dispositivos cooperativos comparten las decisiones locales de ocupación espectral con el fin de tomar decisiones finales individuales basadas en la información conjunta, a esta forma de cooperación se le denomina distribuida (Romero D. y Lopez-Valcarce, 2011; Ribeiro, et al., 2012; Hsu, et al., 2014; Cohen, et al., 2015; Tsinos y Berberidis, 2015).

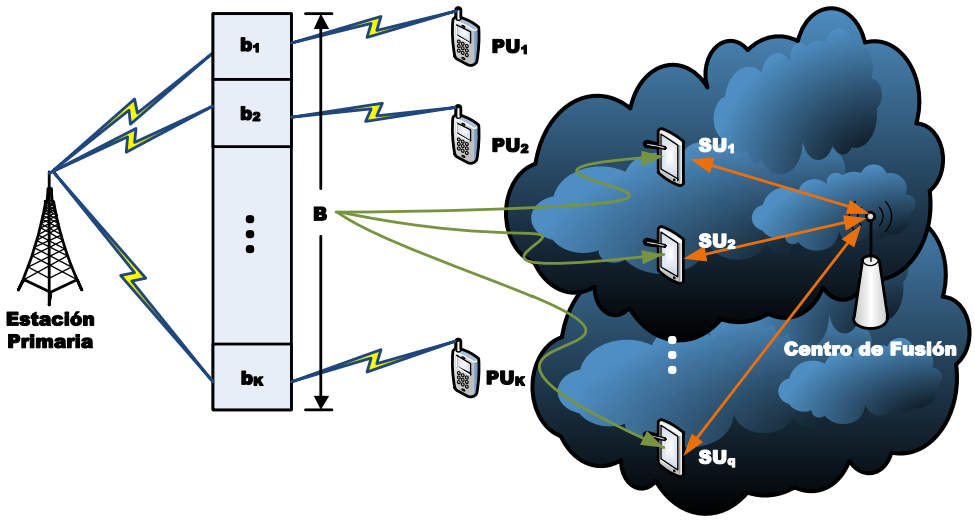

Figura 2.3. Sensado de Espectro Cooperativo Centralizado.

El sensado de espectro cooperativo surge como una alternativa de solución al problema de nodo oculto y al pobre desempeño presentado por el sensado de espectro local en escenarios con desvanecimiento, aprovechando así mismo la diversidad espacial para mejorar el desempeño del sensado.

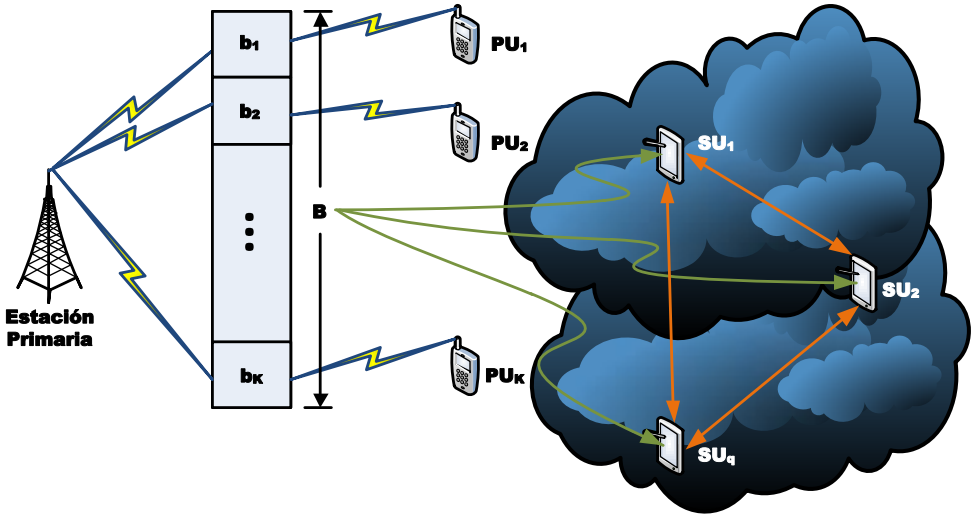

Figura 2.4. Sensado de Espectro Cooperativo Distribuido.

2.2 Sensado Compresivo

Sensado Compresivo (CS) es un nuevo paradigma para la adquisición y procesamiento de señales, el cual integra muestreo, compresión, reducción de dimensionalidad y optimización, lo cual ha captado la atención de una gran cantidad de investigadores; CS permite realizar la reconstrucción de señales dispersas en algún dominio a partir de un conjunto de mediciones que podrían denominarse incompletas, dado que la tasa a la cual la señal es muestreada es mucho menor que la tasa de Nyquist.

La principal motivación en Sensado Compresivo es que muchas señales del mundo real pueden aproximarse adecuadamente por señales dispersas, es decir, que pueden aproximar por una expansión en términos de una base adecuada, que solo tiene algunos términos significativos.

Para obtener una representación comprimida se calculan los coeficientes en la base seleccionada (por ejemplo Fourier o una base Wavelet (Candès, et al., 2006; Sun, et al., 2013) y luego se mantienen sólo los coeficientes más grandes, sólo éstos se almacenarán, mientras que el resto de ellos se hacen cero cuando se recupera

la señal comprimida.

La pregunta inmediata ante este escenario, es si hay una manera directa de obtener la versión comprimida de la señal, sin embargo, medir directamente los coeficientes mayores es imposible, ya que normalmente no se sabe a priori, cuáles de ellos son en realidad los más grandes. Sin embargo, CS proporciona una manera de obtener la versión comprimida de una señal usando sólo un pequeño número de mediciones lineales y no adaptativas. Incluso, CS predice que es posible recuperar la señal a partir de mediciones sub-muestreadas de la misma, mediante métodos computacionalmente eficientes, por ejemplo optimización convexa.

Es de anotar que las medidas lineales arbitrariamente sub-muestreadas descritas por la denominada matriz de sensado en general, no tendrán éxito en la recuperación de vectores dispersos. Razón por la cual se han formulado algunas condiciones necesarias y suficientes que se deben cumplir por la matriz para permitir recuperar vectores dispersos; estas condiciones son bastante difíciles de comprobar cuando la matriz de sensado es determinista, al menos cuando se apunta a trabajar con la mínima cantidad de mediciones. De hecho, en la actualidad, como se muestra en (Candès, et al., 2006; Sun, et al., 2013) se obtienen grandes avances utilizando matrices aleatorias, en las que las entradas de la matriz son independientes e idénticamente distribuidas de acuerdo a cualquier distribución sub-gausiana, esto hace que la cantidad de mediciones requeridas sea menor que en el caso de matrices deterministas dada la caída de pronunciada de la función de distribución, lo que implica la concentración de los valores representativos de la señal.

En general, en la teoría de CS se identifican tres partes fundamentales: Representación de la señal dispersa, matriz de sensado que garantice la mínima pérdida de información y reconstrucción de la señal dispersa las cuales se abordarán con mayor detalle en la sección 3.4.

2.3 Compleción de Matrices

Compleción de Matrices (MC) surge como un paradigma que permite capturar aspectos relevantes de matrices de datos permitiendo utilizar un modelo de bajo rango, lo cual es de gran importancia dado que en el mundo real, un amplio conjunto

de datos se encuentra naturalmente organizado en forma matricial. Esta representación de bajo rango requiere de menor cantidad de recursos de almacenamiento y procesamiento comparado con la representación completa de la matriz.

En múltiples aplicaciones prácticas, no se requiere el conocimiento de la totalidad de las entradas de la matriz de datos, por ello, algunas entradas de la matriz pueden omitirse debido a fallos en el proceso de adquisición de datos, o puede resultar demasiado costoso tomar mediciones de la totalidad de las entradas. En este escenario, un enfoque primario se basa en la descomposición de los valores singulares (SVD) de la matriz de rango completo, llenando primero las entradas omitidas o desconocidas de la matriz de datos con el valor promedio y luego obtener la SVD de la matriz de rango completo.

En la teoría de MC se identifican dos partes fundamentales: Muestreo y reconstrucción de la matriz de rango completo. A continuación se describen cada una de ellas.

2.3.1 Muestreo

Sea $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ una matriz que se requiere conocer de la forma mas exacta posible; sin embargo, la única información disponible sobre $\mathbf{M}$ es un conjunto de muestras $\mathbf{M}_{ij} \in \Omega$ donde Ω es un subconjunto del conjunto completo de entradas de la matriz $\mathbf{M}$. Por consiguiente, representando la información disponible como $\mathcal{P}_\Omega(\mathbf{M})$, la cual se obtiene del proceso de muestreo $\mathcal{P}_\Omega : \mathbb{R}^{m \times n} \to \mathbb{R}^{m \times n}$ definido como se indica a continuación:

$$[\mathcal{P}_\Omega(\mathbf{X})]_{ij} = \begin{cases} \mathbf{X}_{ij}, & (i,j) \in \Omega, \\ 0, & de\ otra\ manera \end{cases} \tag{2.3}$$

donde $[\mathbf{k}]$ denota la lista $\{1, 2, 3, \cdots, k\}$.

2.3.2 Reconstrucción

Asumiendo que los vectores singulares de $\mathbf{M}$ son lo suficientemente dispersos, se espera que exista una única matriz de bajo rango la cual es consistente con las entradas observadas, luego se puede reconstruir la matriz de rango completo resolviendo el problema de optimización mediante la ecuación:

$$\begin{aligned} Minimizar \quad & \mathbf{Rango}(\mathbf{X}) \\ Sujeto\ a \quad & \mathcal{P}_{\Omega}(\mathbf{X}) = \mathcal{P}_{\Omega}(\mathbf{M}) \end{aligned} \tag{2.4}$$

donde $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ es la variable de decisión. El problema planteado en la ecuación 2.4 es un problema *NP-hard* (Chistov y Grigoriev, 1984). Por lo tanto, un problema alternativo es el problema de relajación convexa planteado en la ecuación 2.5 (Candes y Recht, 2008; Candès y Tao, 2010; Fazel, 2002; Fazel, et al., 2003; Recht, et al., 2010).

$$\begin{aligned} Minimizar \quad & \|\mathbf{X}\|_{*} \\ Sujeto\ a \quad & \mathcal{P}_{\Omega}(\mathbf{X}) = \mathcal{P}_{\Omega}(\mathbf{M}) \end{aligned} \tag{2.5}$$

donde $\|\mathbf{X}\|_{*}$ denota la norma nuclear de $\mathbf{X}$. La equivalencia de los problemas en las ecuaciones 2.4 y 2.5 se puede apreciar en que así como la minimización ℓ_1 es el mecanismo de relajación convexa que mas se ajusta al problema de minimización combinatorio ℓ_0, la minimización de la norma nuclear es el mecanismo de relajación convexa que mas se ajusta al problema de minimización de rango *NP-hard* (Beck y D'Andrea, 1998; Mesbahi y Papavassilopoulos, 1997).

Capítulo 3

Marcos de Referencia Metodológicos Para Sensado de Espectro y Sensado Compresivo

3.1 Introducción

El sensado de espectro es universalmente conocido como el principal habilitador de Radio Cognitivo (Mitola, 2000), dado que dota al CRD de la capacidad de conocimiento del entorno de radio (estado del canal, recursos espectrales disponibles, ocupación del canal, etc.), garantizando la satisfacción de las necesidades de comunicación del usuario cognitivo utilizando eficientemente y de forma oportunista los recursos espectrales no utilizados por los usuarios licenciados quienes poseen los derechos de uso del espectro.

El sensado de espectro permite detectar espacios en blanco en el entorno de radio mediante la adquisición de muestras de la señal presente en el canal de comunicaciones en la sub-banda (canal) o sub-bandas de interés. El sensado de espectro puede realizarse en general de dos maneras: 1.) Sensado de espectro local, el cual se efectúa con base en la señal recibida por el dispositivo cognitivo, buscando identificar presencia o no de señal en la sub-banda sensada de acuerdo a la extracción de características de la señal adquirida (Yucek y Arslan, 2009; Sun, et al., 2013). 2.) Sensado de espectro cooperativo y colaborativo; en el caso cooperativo o centralizado los SU cooperan entre sí, enviando a un sistema central las decisiones tomadas con respecto al estado del entorno de radio (espacios en blanco identificados localmente) en las sub-bandas de interés, para que posteriormente el

sistema central detecte los espacios en blanco presentes en el entorno de radio sensado (Rawat, et al., 2010); en el caso colaborativo o distribuido los SU realizan un sensado local, el cual es informado a los demás SU miembros de la red de colaboración, cada SU en este esquema funciona como un repetidor en la red de sensado, tomando decisiones de los espacios en blanco presentes en el entorno de radio de acuerdo a la información compartida (Rawat, et al., 2010). Tanto en el sensado local como en el cooperativo y colaborativo, la operación de sensado puede efectuarse dentro de una única sub-banda de interés, a lo cual se denomina sensado de espectro de banda estrecha y detecta la existencia de un espacio en blanco o no, en el intervalo de tiempo de sensado (Sun, et al., 2013), así mismo este sensado de espectro puede realizarse de forma simultanea sobre múltiples sub-bandas detectando los espacios en blanco presentes en las sub-bandas sensadas, a lo cual se denomina sensado de espectro de banda ancha (Sun, et al., 2013).

A continuación, se realiza la identificación del problema y las contribuciones, posteriormente se explicitan los marcos de referencia metodológicos propuestos y su respectiva validación conjunta, finalmente se ilustran las conclusiones del capítulo.

3.2 Formulación del Problema

Tradicionalmente el sensado de espectro se realiza detectando la presencia de señal canal por canal, lo cual implica alta complejidad, alta latencia y bajas tasas de acceso a canales disponibles. Una alternativa a este enfoque es dividir una banda ancha de espectro (señal multibanda) en un gran número de canales o sub-bandas de banda angosta, los cuales son sensados simultáneamente, lo cual puede permitir disminuir la latencia y aumentar la velocidad de acceso a los canales disponibles.

Sin embargo, el sensado de espectro de banda ancha requiere altas tasas de muestreo (iguales o mayores a la tasa de Nyquist) para digitalizar la señal, lo que se traduce en procesar una gran cantidad de muestras que implican el incremento de la Complejidad Computacional (CC). Buscando reducir la CC, se han propuesto varios métodos de sensado de espectro de banda ancha, Tian y Giannakis (2007) proponen un método para reconstruir la Densidad Espectral de Potencia (PSD) de la señal recibida para detectar canales disponibles conociendo los límites de cada canal de

banda estrecha usando el concepto de Sensado Compresivo (CS) (Candès, et al., 2006; Astaiza, et al., 2015); Mishali y Eldar (2011) proponen un sistema de sensado de espectro de banda ancha basado en el Convertidor Modulador de Banda ancha (MWC), el cual muestrea la señal recibida a una tasa inferior a la tasa de Nyquist y no requiere conocimiento a priori de información del canal o características de la señal.

El sensado de espectro no es la única alternativa de solución al problema de identificación de espacios en blanco en un entorno de radio de interés, otra solución propuesta al problema de identificación de espacios en blanco adoptada en los sistemas IEEE 802.22 dada la falta de madurez, eficiencia y confiablidad de los mecanismos de sensado de espectro, es el denominado Acceso Basado en Bases de Datos (FCC, 2011); este mecanismo hace uso de una base de datos centralizada, la cual es actualizada periódicamente por los operadores primarios indicando las subbandas utilizadas en la región geográfica de influencia del sistema, de esta forma, los usuarios cognitivos pueden consultar la base de datos obteniendo información de los espacios en blanco existentes en su vecindad (FCC, 2011). Esta solución se vislumbra como transitoria de acuerdo a que proporciona información sobre el espectro disponible en un área determinada mas no en tiempo real, implicando altas tasas de señalización e involucrando actores adicionales en el escenario de CR como lo es el operador u operadores de las bases de datos y la infraestructura requerida para la operación del mecanismo.

En el escenario de CR planteado anteriormente el sensado de espectro en los dispositivos de CR se realiza mediante la denominada función de sensado de espectro. Para el óptimo desarrollo de esta función, se hace necesario definir un proceso sistémico metodológico que permita abordar de manera formal la formulación de algoritmos para la implementación del sensado de espectro y garanticen una respuesta adecuada a la mayor cantidad posible de problemas o retos prácticos que implica la implementación de esta función como son: 1.) Incertidumbre del canal, ya que el canal móvil no necesariamente es Gausiano, el escenario común es aquel en el cual el canal presenta desvanecimiento, lo cual implica que el CR debe estar en capacidad de distinguir entre un desvanecimiento de la señal del PU y una ausencia de señal para detectar una banda espectral candidata a ser utilizada (espacio en blanco). 2.) Incertidumbre del nivel de ruido, lo cual afecta el proceso de detección

de espacios en blanco cuando se utilizan técnicas basadas en umbrales de decisión dependientes del piso de ruido. 3.) Incertidumbre de las características de la señal del PU, aspecto que hace inviables métodos de sensado basado en el conocimiento a priori de las características de la señal presente en el canal. 4.) Sensado de banda ancha, lo cual implica un reto con respecto a las altas tasas de muestreo requeridas y la complejidad computacional asociada a los diferentes métodos de detección propuestos (Yucek y Arslan, 2009).

Actualmente, el desarrollo de algoritmos de sensado de espectro se realiza de forma libre, sin evidencia de seguir un proceso metodológico, y sin necesariamente considerar los retos prácticos que implica el desarrollo de la función de sensado de espectro, buscando en algunos casos exclusivamente resolver el problema de detección de espacios en blanco como se estudia en (Sun, et al., 2013). Por lo anterior, proponer y validar un marco metodológico formal que permita el desarrollo de algoritmos de sensado de espectro que propendan por cubrir los retos que implica la implementación de la función de sensado de espectro en CR, genera un valioso aporte que permitirá mejorar el proceso de desarrollo de los algoritmos de sensado de espectro garantizando coherencia con los requerimientos funcionales de CR con los retos y restricciones prácticas del entorno de radio y del procesado de señal.

De acuerdo a lo anterior, en este capítulo se proponen y validan de manera conjunta, un marco metodológico para el desarrollo de algoritmos de sensado de espectro en CR y un marco metodológico para la aplicación de CS en el procesamiento digital de señales. En los marcos metodológicos propuestos se aborda de forma sistémica las fases y etapas del proceso. Por lo tanto, la principal contribución del presente capítulo es por un lado, la propuesta de los marcos metodológico para el desarrollo de algoritmos de sensado de espectro en CR que propendan por cubrir los retos que implica la implementación de la función de sensado de espectro, de otro lado, la validación de las metodologías propuestas mediante el desarrollo un algoritmo de sensado de espectro de banda ancha basado en CS, haciendo que el usuario cognitivo tenga una conciencia más amplia del espectro disponible y por lo tanto, pueda alcanzar mayores tasas de transferencia de información o satisfacer las requeridas, reduciendo la complejidad computacional en términos de cantidad de muestras procesadas y superando la limitación inherente de los algoritmos de sensado basados en umbrales relacionados con el piso de ruido.

3.3 Marco de Referencia Metodológico Propuesto Para Sensado de Espectro

A continuación se plantean las etapas metodológicas a cubrir en el proceso de desarrollo de un algoritmo eficiente de sensado de espectro, las cuales se definen a partir de la funcionalidad particular de la fase de observación definida en el ciclo cognitivo planteado por Mitola (Mitola, 2000), en esta fase de observación pueden definirse como objetivos asociados al sensado de espectro los siguientes: 1.) Identificación de Espacios en Blanco, 2.) Identificación de tecnología radio, modulación, codificación o características de la señal presente en el canal, 3.) Identificación de la calidad o estado del canal. Una vez definidos los objetivos asociados al sensado de espectro las etapas metodológicas propuestas son:

- Pre-procesamiento y Digitalización de la Señal de RF
- Extracción de Características
- Clasificación e Identificación

Las cuales se ilustran en la figura 3.1.

3.3.1 Pre-procesamiento y Digitalización de la Señal de RF

En esta fase se debe decidir que alternativa de digitalización de la señal de Radio Frecuencia (RF) presente en el entorno de radio es más conveniente de acuerdo a los objetivos fijados para la operación de sensado de espectro. En esta fase, los mayores retos se presentan en los aspectos relacionados con los componentes hardware requeridos para la adquisición de la señal como lo son: Conversores Analógico Digital (ADC), Filtros y Amplificadores de Bajo Ruido (LNA); con respecto al proceso de digitalización, en el escenario en el cual se busca realizar el sensado de espectro de banda ancha, lo ideal es que el CR sea soportado por un hardware completamente software radio en el cual se digitalice directamente la señal de RF, sin embargo, existen límites físicos fundamentales a superar de acuerdo a los anchos de banda de operación, frecuencias de operación y cantidad de bits requeridos

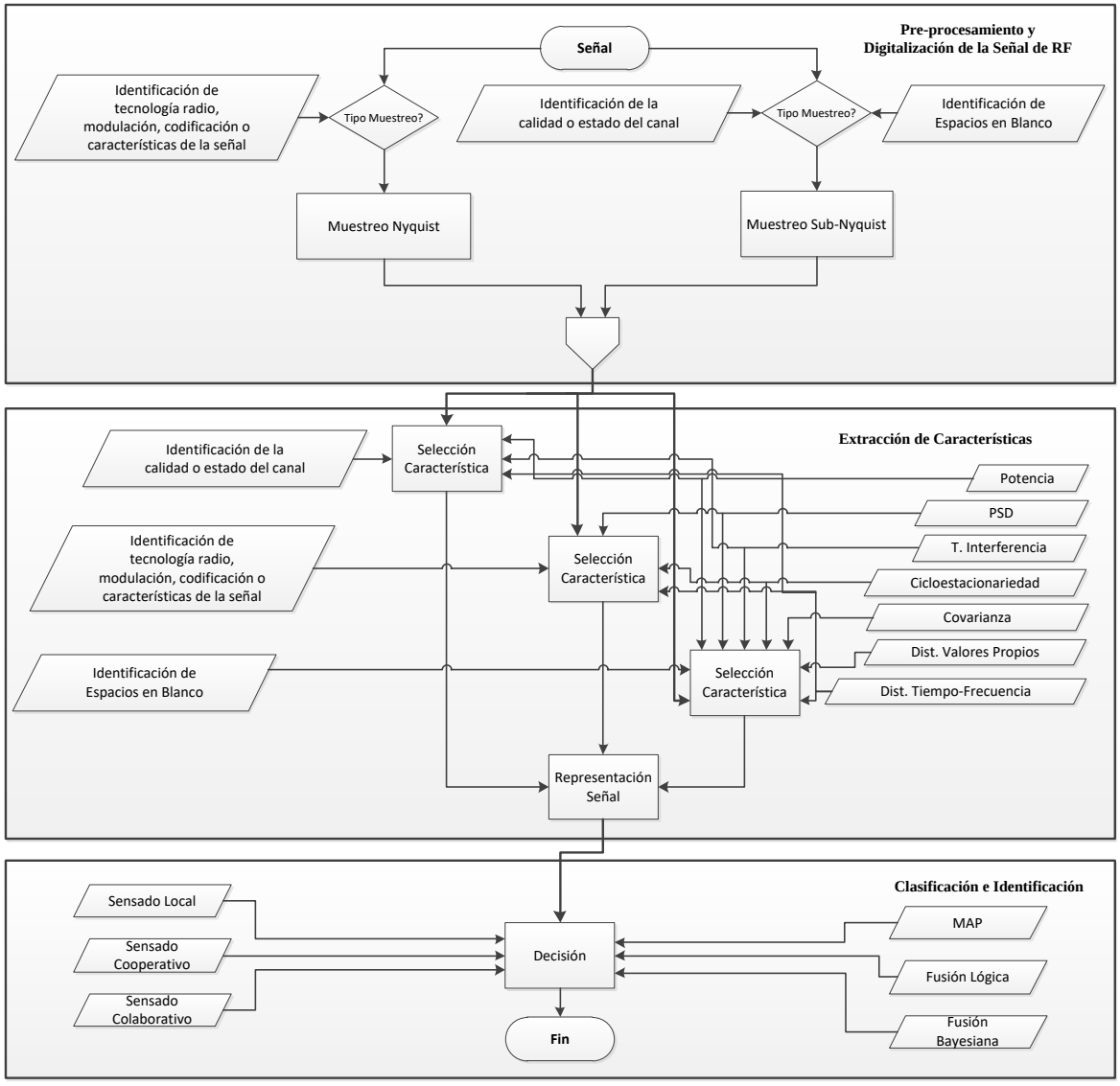

Figura 3.1. Marco de Referencia Metodológico Propuesto.

en la resolución de la conversión; además, es relevante considerar en este escenario la cantidad de medidas generadas en el proceso de digitalización de la señal de RF dado que en función de ello se requerirán mayores o menores capacidades de procesamiento en las fases posteriores, en cuanto a las características necesarias en los filtros, un aspecto importante es el relacionado con los anchos de banda y bajo rizado de la banda pasante, pequeñas bandas de transición y niveles en la banda atenuada, lo cual implica filtros complejos y de alto orden que requieren componentes con restricciones importantes en su respuesta en frecuencia, finalmente respecto a la amplificación de la señal recibida, cuando ésta es de banda ancha, se requiere que el amplificador opere en su región lineal lo cual es un reto importante dada la respuesta en frecuencia requerida por los componentes del amplificador.

De acuerdo a lo anteriormente mencionado, es importante decidir que muestreador utilizar de acuerdo al objetivo específico que se busca con el sensado de espectro, en este sentido, las posibilidades a considerar son el Muestreo Nyquist o el Muestreo Sub-Nyquist; si los objetivos del sensado de espectro son el 1.) o el 3.) es conveniente realizar un muestreo sub-nyquist propendiendo por la baja complejidad computacional asociada a la etapa de pre-procesamiento asociada al muestreador seleccionado, esto debido a que para alcanzar estos objetivos de sensado no se requiere una reconstrucción perfecta de la señal; si el objetivo del sensado de espectro es el 2.) es aconsejable realizar un muestreo Nyquist dado que se requiere reconstrucción perfecta de la señal. Lo anterior se muestra en el diagrama de decisión del marco metodológico propuesto, el cual se ilustra en la 3.1.

3.3.2 Extracción de Características

Una vez se tienen las mediciones digitalizadas de la señal de RF presente en el canal se requiere procesar dichas mediciones para obtener una adecuada representación con propósitos de clasificación e identificación, esta es una etapa muy delicada dado que los diferentes espacios de características conducen a diferentes representaciones de la señal, por lo tanto, el espacio de características utilizado debe estar estrictamente relacionado con el objetivo de sensado.

Algunas de las características relacionadas con los objetivos asociados al sensado de espectro son: potencia de la señal, temperatura de interferencia, densidad

espectral de potencia, cicloestacionariedad, distribución tiempo – frecuencia, distribución de valores propios, covarianza de la señal, etc. Cada una de ellas puede utilizarse para representar la señal de acuerdo con el objetivo asociado al sensado de espectro; por ejemplo, si el objetivo del sensado de espectro es identificación de espacios en blanco, es posible utilizar características como la potencia de la señal, temperatura de interferencia, densidad espectral de potencia, cicloestacionariedad de la señal, distribución de los valores propios de la matriz de canal, distribuciones tiempo – frecuencia o matriz de correlación de la señal; pero si el objetivo del sensado de espectro es la identificación de la tecnología radio del usuario primario, modulación, codificación o características de la señal presente en el canal, es aconsejable utilizar características como densidad espectral de potencia, cicloestacionariedad de la señal o distribuciones tiempo – frecuencia; finalmente, si el objetivo del sensado de espectro es la identificación de la calidad o estado del canal, lo más adecuado es hacer uso de características como potencia de la señal, temperatura de interferencia, densidad espectral de potencia o distribuciones tiempo – frecuencia.

3.3.3 Clasificación e Identificación

Una vez se ha definido que característica o conjuntos de características van a utilizarse para la representación de la señal, es necesario establecer dónde y cómo se realizará el proceso de decisión. Para ello es necesario considerar los aspectos más relevantes de acuerdo al objetivo del sensado de espectro y el problema particular a abordar. Desde la presente propuesta metodológica y de acuerdo con las formas en las cuales puede realizarse el sensado de espectro mencionadas en la introducción, se vislumbran tres alternativas para el proceso de toma de decisiones en CR:

1. **Sensado de Espectro Local**: En esta alternativa cada usuario secundario de forma individual toma las decisiones de acuerdo con el objetivo de sensado establecido basado en las mediciones localmente disponibles.

2. **Sensado de Espectro Cooperativo (Centralizado)**: En esta alternativa, todos los usuarios secundarios que comparten un área geográfica o entorno de radio de influencia envían las decisiones tomadas localmente a una entidad central, la cual explota todo el conocimiento disponible para tomar la decisión de acuerdo con el objetivo de sensado establecido.

3. **Sensado de Espectro Colaborativo (Distribuido)**: En esta alternativa, todos los usuarios secundarios que comparten un área geográfica o entorno de radio de influencia envían las decisiones tomadas localmente a todos los demás miembros colaboradores en el entorno de radio, donde cada usuario secundario de forma individual, explota todo el conocimiento disponible y toma las decisiones de acuerdo con el objetivo de sensado establecido.

Para cada alternativa de sensado de espectro es necesario definir la regla o conjunto de reglas de decisión a utilizar, es por ello que para el caso del sensado de espectro local, la regla de decisión a utilizar por excelencia es la regla de máximo a posteriori (MAP) (Vantrees, 1968) y para los casos del sensado de espectro cooperativo y colaborativo, las reglas de decisión a utilizar pueden ser reglas de fusión lógica (Varshney, 1996) como AND, OR o XOR, o reglas de fusión Bayesiana (Da Silva, et al., 2007).

Existen otros mecanismos de decisión basados en aprendizaje tales como Redes Neuronales (Haykin, 1994), Máquinas de Soporte Vectorial (Shawe y Cristianini, 2000), Mapas Auto-Organizados (Kohonen, 1990), Q-Learning (Hosey, et al., 2009) y Algoritmos Genéticos (Goldberg, 1989), cuya utilización se dejan a discreción del lector de acuerdo a que se abordan en la fase de aprendizaje definida en el ciclo cognitivo planteado por Mitola (Mitola, 2000).

3.4 Marco de Referencia Metodológico Propuesto Para Sensado Compresivo

La principal motivación en Sensado Compresivo (SC) es que muchas señales del mundo real pueden aproximarse adecuadamente por señales dispersas, es decir, que pueden aproximarse por una combinación lineal de términos de una base vectorial en la cual solo se tienen algunos términos significativos, razón por la cual, se considera que SC es una tecnología promisoria la cual contribuirá al mejoramiento significativo de la forma en que actualmente se realiza el procesamiento de señales, reduciendo los costos computacionales y con ello optimizando la utilización de otros recursos tales como energía.

La pregunta inmediata ante este escenario es: ¿existe una manera directa de

obtener la versión comprimida de la señal?, sin embargo, medir directamente los coeficientes mayores es imposible ya que normalmente no se sabe a priori cuáles de ellos son en realidad los más grandes. Sin embargo, SC proporciona una manera de obtener la versión comprimida de una señal usando sólo un pequeño número de mediciones lineales y no adaptativas.

El principal objetivo en esta sección es establecer una primera aproximación a un marco de referencia metodológico, mediante el cual, se definan no solamente las etapas en la solución de problemas basados en SC sino también en los criterios de desarrollo de las mismas, basándose en definiciones, teoremas y técnicas que serán proporcionadas e ilustradas. Igualmente se busca responder a las preguntas típicas en el ámbito del SC tales como: ¿Qué características o condiciones debe cumplir la matriz de sensado para garantizar recuperación de la señal sensada? ¿Cuántas medidas deben tomarse de una señal dispersa para garantizar recuperación? ¿Cómo seleccionar el algoritmo de recuperación más adecuado?

Por lo anterior, para abordar un problema desde el paradigma de SC se proponen las siguientes etapas metodológicas:

- Representación dispersa de la señal.
- Toma de medidas y codificación lineal.
- Recuperación dispersa o decodificación no lineal.

Las cuales se detallan en la figura 3.2 y que son descritos a continuación.

3.4.1 Representación dispersa de la señal

Generalmente las señales reales pueden representarse con un muy buen nivel de aproximación mediante una combinación lineal de algunos pocos elementos de una base conocida; cuando esta representación es exacta, se dice que la señal es dispersa, lo cual permite capturar las características relevantes de señales que contienen relativamente poca información comparada con su ambiente dimensional. Matemáticamente, se dice que una señal $\mathbf{x}$ es k-dispersa cuando ésta tiene a lo sumo k valores no cero, donde

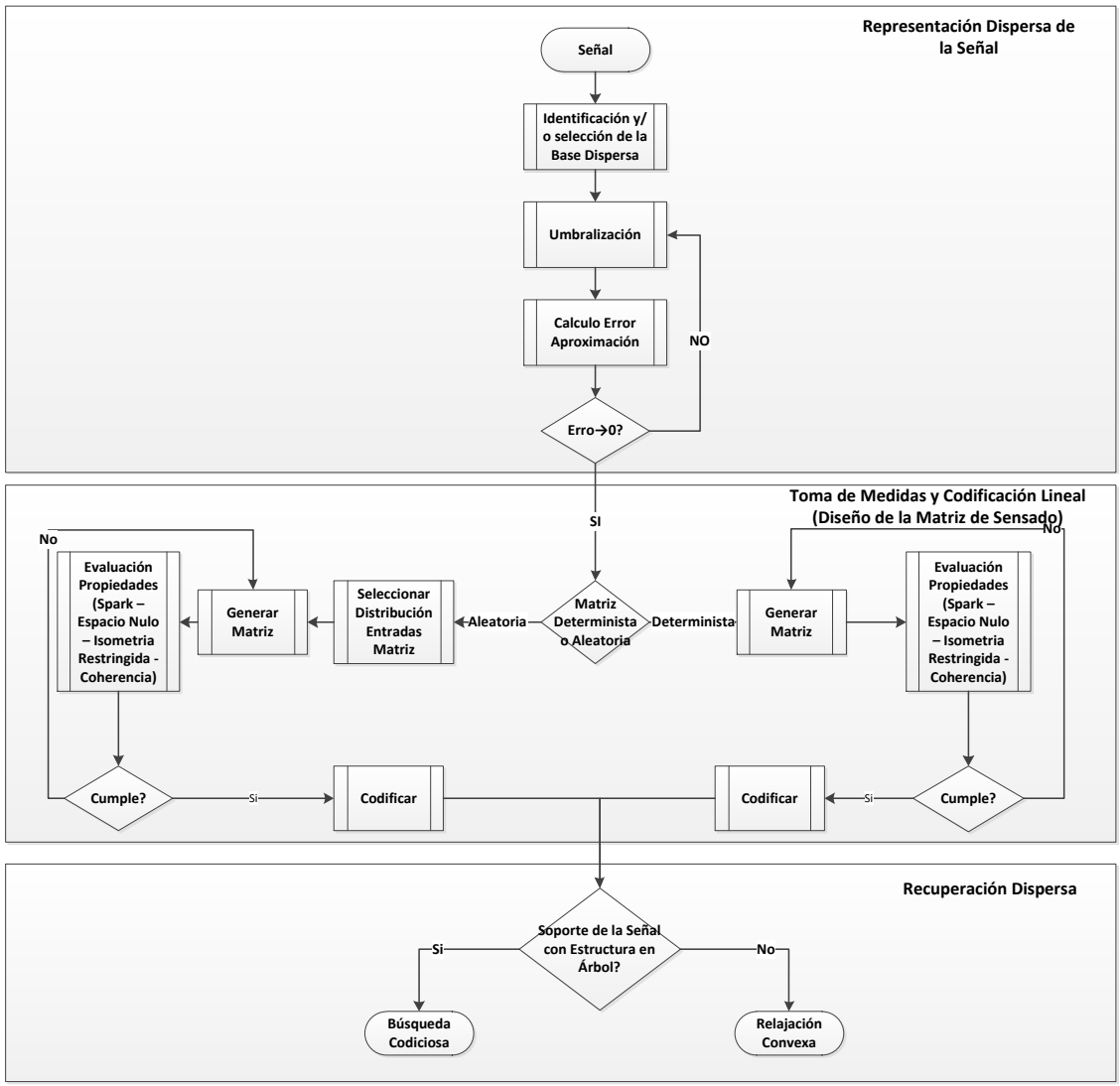

Figura 3.2. Marco de Referencia Metodológico Propuesto para CS.

$$\mathcal{S}_k = \{\mathbf{x} : \|\mathbf{x}\|_0 \leq k\} \tag{3.1}$$

La ecuación 3.1, denota el conjunto de todas las señales k-dispersas, y el operador $\|\mathbf{x}\|_p$ denota la norma ℓ_p del vector $\mathbf{x}$ cuando $p = 0$, donde la norma ℓ_p se define como:

$$\|\mathbf{x}\|_p = \begin{cases} Supp(\mathbf{x}) & para\ p = 0 \\ (\sum_{i=1}^{k} |\mathbf{x}_i|^p)^{\frac{1}{p}} & para\ p \in [1, \infty) \\ \arg\max\limits_{i=1,2,3,\ldots,n} |\mathbf{x}_i| & para\ p = \infty \end{cases} \tag{3.2}$$

Típicamente en la realidad las señales no son en sí mismas dispersas, pero admiten ser representadas de manera dispersa en alguna base Φ, por lo tanto $\mathbf{x}$ puede representarse como se ilustra en la ecuación 3.3.

$$\mathbf{z} = \Phi\mathbf{x} \quad con \quad \|\mathbf{z}\|_0 \leq k \tag{3.3}$$

Por ejemplo, en el dominio del tiempo una señal típica de información en el ámbito de las telecomunicaciones luce como la figura 3.3, donde no es claro que la señal sea dispersa.

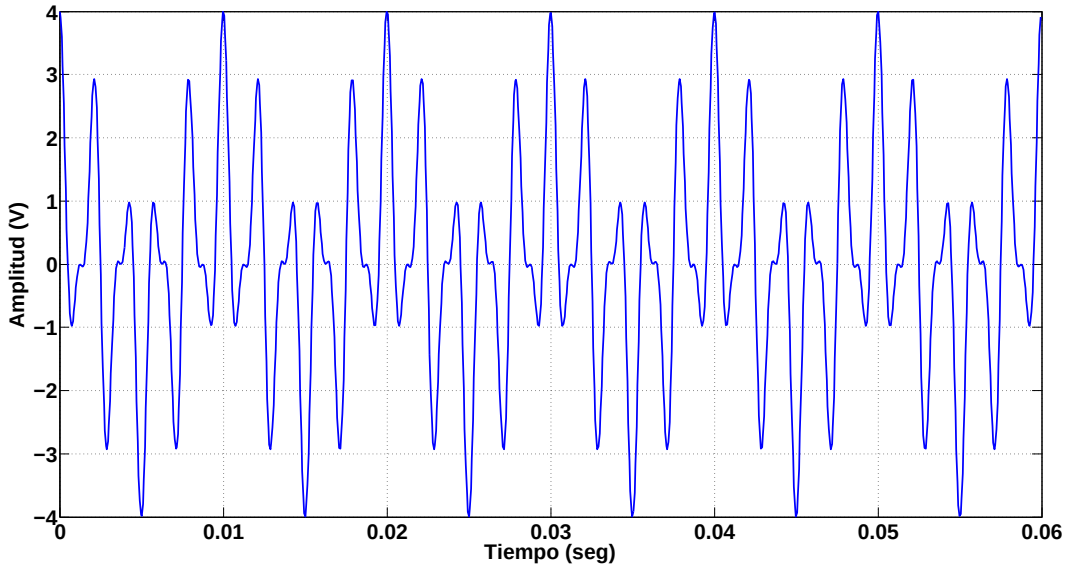

Figura 3.3. Señal de Información en el dominio tiempo. Suma de tres tonos.

Sin embargo, al obtener su transformada de Fourier, la cual se ilustra en la figura 3.4, puede verse que la mayoría de los coeficientes de la señal son muy pequeños, por lo tanto, puede obtenerse una representación bastante aproximada de la señal haciendo cero los coeficientes muy pequeños mediante un método de umbralización, consiguiendo de esta manera, una representación k-dispersa de la señal (en este caso $k = 3$).

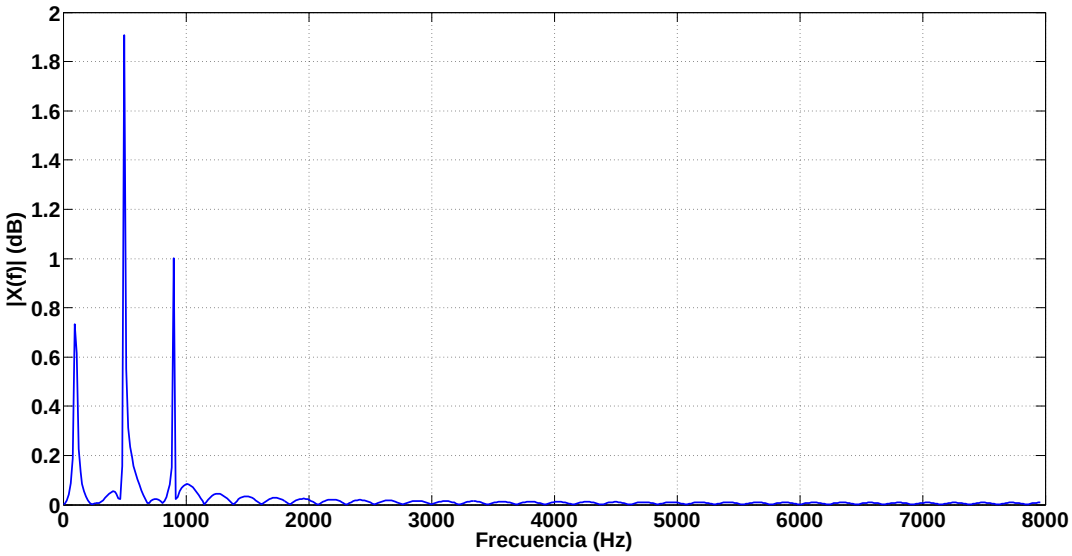

Figura 3.4. Representación Dispersa de la Señal de Información Mediante la Transformada de Fourier.

Al medir el error de aproximación utilizando una norma ℓ_p, se está realizando un procedimiento que permite obtener la mejor aproximación de k-términos de la señal original, esta medida de error es el eje central de la aproximación no lineal (DeVore, 1998) porque la selección de cuales coeficientes se mantienen en la aproximación depende de la señal en sí misma.

Es importante considerar que un modelo disperso es altamente no lineal, puesto que los elementos seleccionados de la base para representar una señal pueden cambiar de señal a señal, lo cual puede apreciarse cuando se realiza una combinación lineal de dos señales k-dispersas, combinación que en general no será k-dispersa, dado que los soportes de las señales no necesariamente coinciden,

aunque si se puede generalizar que si $\mathbf{x}, \mathbf{z} \in |\mathcal{S}_k|$ luego $\mathbf{x} + \mathbf{z} \in |\mathcal{S}_{2k}|$.

En la práctica, un aspecto de gran importancia es que solo pocas señales reales son verdaderamente dispersas, pero en su gran mayoría pueden aproximarse a señales dispersas (Davenport, 2010; Indyk, 2008) por lo tanto, puede calcularse el error de aproximar una señal $\mathbf{x}$ por alguna señal $\widehat{\mathbf{x}} \in |\mathcal{S}_k|$ como se indica en la ecuación 3.4.

$$\sigma_k(\mathbf{x})_p = \arg\min_{\widehat{\mathbf{x}} \in \mathcal{S}_k} \|\mathbf{x} - \widehat{\mathbf{x}}\|_p \tag{3.4}$$

Si $\mathbf{x} \in \mathcal{S}_k$ es claro que $\sigma_k(\mathbf{x})_p = 0$ para cualquier p .

3.4.2 Toma de medidas y codificación lineal

Asumiendo que la señal $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ es k-dispersa en la base Φ puede representarse matemáticamente como lo indica la ecuación 3.5.

$$\mathbf{y} = \Psi\Phi\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \tag{3.5}$$

donde $\mathbf{A} = \Psi\Phi$ es una matriz de tamaño $m \times n$ y $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$. A la matriz $\mathbf{A}$ se la denomina Matriz de Sensado y representa una disminución de la dimensionalidad de la señal $\mathbf{x}$ dado que la mapea desde su espacio original $\mathbb{R}^n$, el cual es generalmente grande, a un espacio $\mathbb{R}^m$, donde m es en general mucho más pequeño que n. En este caso igualmente se asume que las medidas son no adaptativas, lo cual significa que las filas de la matriz $\mathbf{A}$ son fijas, y por lo tanto no dependen de las medidas adquiridas.

De acuerdo a lo anterior, se pueden formular las siguientes dos preguntas: ¿Cómo puede realizarse el diseño de la matriz de sensado $\mathbf{A}$ de tal manera que esta garantice la conservación de la información contenida en la señal $\mathbf{x}$? ¿Cómo puede reconstruirse o recuperarse la señal original $\mathbf{x}$ a partir de las medidas tomadas $\mathbf{y}$?; para dar respuesta a estas preguntas, y dado que el motivo primario de la presente sección es realizar una primera aproximación a un marco de referencia metodológico para la aplicación de SC, no se realiza directamente una propuesta sobre un procedimiento de diseño, sino que se ilustran las propiedades que debería tener la matriz

de sensado $\mathbf{A}$ para permitir la preservación de la información y garantizar la reconstrucción de la señal original de manera única, para ello, se parte de la introducción de algunos conceptos, definiciones y teoremas dados a continuación.

Inicialmente se introduce el concepto de espacio nulo de la matriz $\mathbf{A}$ denotado como se indica en la ecuación 3.6.

$$\mathcal{N}(\mathbf{A}) = \{\mathbf{z} : \mathbf{A}\mathbf{z} = 0\} \tag{3.6}$$

Dado que el interés es recuperar todas las señales dispersas $\mathbf{x}$ a partir de las medidas $\mathbf{A}\mathbf{x}$, es claro que para cualquier par de vectores diferentes $\mathbf{x}$, $\mathbf{x}^{'} \in \mathcal{S}_k$, se debe tener que $\mathbf{A}\mathbf{x} \neq \mathbf{A}\mathbf{x}^{'}$, ya que de otra manera es imposible diferenciar $\mathbf{x}$ de $\mathbf{x}^{'}$ basándose solamente en las medidas $\mathbf{y}$, puesto que si se presenta que $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x}^{'}$, se tiene que $\mathbf{A}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^{'}) = 0$ con $(\mathbf{x} - \mathbf{x}^{'}) \in \mathcal{S}_{2k}$, de donde se aprecia que $\mathbf{A}$ permite representar de manera única a todos los vectores dispersos $\mathbf{x} \in \mathcal{S}_k$ si y solamente si $\mathcal{N}(\mathbf{A})$ no contiene vectores en $\mathcal{S}_{2k}$. En esta sección, para caracterizar esta propiedad se utilizará la definición de la "chispa" (*spark*) de una matriz (Donoho y Elad, 2003).

Definición 3.1 :*Spark* (Chispa) de una Matriz - La "chispa" (*spark*) de una matriz $\mathbf{A}$ se define como el menor número de columnas de $\mathbf{A}$ que son linealmente dependientes.

La anterior definición permite plantear el siguiente teorema, el cual garantiza que $\mathcal{N}(\mathbf{A})$ no contiene vectores en $\mathcal{S}_{2k}$.

Teorema 3.1 (Donoho y Elad, 2003): Para cualquier vector $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$, existe al menos una señal $\mathbf{x} \in \mathcal{S}_k$, tal que $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ si y solamente si

$$Spark(\mathbf{A}) > 2k \tag{3.7}$$

La demostración del teorema 3.1 se realiza por contradicción en (Donoho y Elad, 2003).

Dado que m es la cantidad de filas de la matriz $\mathbf{A}$, en el peor de los casos, el rango de la matriz coincide con el número de filas y por consiguiente $Spark(\mathbf{A}) = 2m + 1$, por lo tanto se infiere que $Spark(\mathbf{A}) \in [2, m + 1]$ y por lo tanto del Teorema 3.1 (ecuación 3.7) se tiene que $m \geq 2k$.

Cuando se trabaja con señales exactamente dispersas, la "chispa" de la matriz proporciona una caracterización completa de cuando es posible reconstruir la señal dispersa a partir de las muestras medidas; sin embargo, cuando se trabaja con señales aproximadamente dispersas se deben considerar algunas condiciones más restrictivas sobre el espacio nulo de la matriz $\mathbf{A}$ (Cohen, et al., 2009), donde se debe garantizar, que $\mathcal{N}(\mathbf{A})$ no contiene vectores que sean muy compresibles, adicionalmente a vectores que sean dispersos. Por lo anterior, suponiendo que $\Lambda \subset \{1, 2, \ldots, n\}$ es un subconjunto de índices y sea $\Lambda^c = \{1, 2, \ldots, n\} \backslash \Lambda$, se representa como $\mathbf{x}_\Lambda$ al vector de longitud n obtenido haciendo cero las entradas de $\mathbf{x}$ indexadas por Λ^c; de forma similar, se representa como $\mathbf{A}_\Lambda$ a la matriz de tamaño $m \times n$ obtenida convirtiendo en el vector cero las columnas de $\mathbf{A}$ indexadas por Λ^c.

Definición 3.2 :Propiedad de Espacio Nulo - Una matriz $\mathbf{A}$ satisface la propiedad de espacio nulo de orden k, si existe una constante $C > 0$ tal que

$$\|\mathbf{h}_\Lambda\|_2 \leq C \frac{\|\mathbf{h}_{\Lambda^c}\|_1}{\sqrt{k}} \tag{3.8}$$

Para todo $\mathbf{h} \in \mathcal{N}(\mathbf{A})$ y para todo Λ tal que $|\Lambda| \leq k$. Donde el operador $|\ |$ denota cardinalidad.

Por lo tanto, la propiedad de espacio nulo cuantifica el hecho de que los vectores en el espacio nulo de la matriz $\mathbf{A}$ no deberían ser demasiado concentrados en un pequeño subconjunto de índices. Por ejemplo, si un vector $\mathbf{h}$ es estríctamente k-disperso, luego existe un Λ tal que $\|\mathbf{h}_{\Lambda^c}\|_1 = 0$ y por lo tanto, la ecuación 3.8 implica que $\mathbf{h}_\Lambda = 0$. Entonces, si una matriz $\mathbf{A}$ satisfice la propiedad de espacio nulo, luego el único vector k-disperso en $\mathcal{N}(\mathbf{A})$ es $\mathbf{h} = 0$.

Para describir completamente las implicaciones de la propiedad de espacio nulo en el diseño de la matriz de sensado, y por consiguiente, en el contexto de recuperación dispersa, es necesario introducir algunos conceptos con respecto a cómo se mide el desempeño de los algoritmos de recuperación de señales dispersas cuando se trabaja con señales que en general son no dispersas. Para ello, considerando que $\Delta : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ representa el método de recuperación de la señal, luego, aplicando la ecuación 3.8 al error de aproximación del método y utilizando la ecuación 3.4 se llega a la expresión en la ecuación 3.9.

$$\|\Delta(\mathbf{Ax}) - \mathbf{x}\|_2 \leq C\frac{\sigma_k(\mathbf{x})_1}{\sqrt{k}}, \tag{3.9}$$

condición que garantiza recuperación exacta de toda señal k-dispersa posible, pero también garantiza un grado de robustez en el escenario de trabajar con señales no dispersas, que depende directamente, de que tan bien se realiza la aproximación de dichas señales a vectores k-dispersos (Cohen, et al., 2009).

Teorema 3.2 (Cohen, et al., 2009): Sea $\mathbf{A} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ una matriz de sensado, y sea $\Delta : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ un algoritmo de recuperación dispersa. Si el par $(\mathbf{A}, \Delta)$ satisface la ecuación 3.9, $\mathbf{A}$ satisface la propiedad de espacio nulo de orden $2k$. La demostración del teorema se encuentra en (Cohen, et al., 2009).

Sin embargo, cuando las medidas de la señal dispersa se encuentran contaminadas por algún tipo de ruido, tal como ruido blanco o ruido de cuantización, se deben considerar condiciones aún más fuertes, dado que la propiedad de espacio nulo no considera el ruido. Es por lo anterior que en (Candès y Tao, 2005) se introduce la condición denominada propiedad de isometría restringida aplicada sobre la matriz de sensado.

Definición 3.3 :Propiedad de Isometría Restringida - *RIP*: Una matriz $\mathbf{A}$ satisface la propiedad de isometría restringida de orden k, si existe un $\delta_k \in (0, 1)$ tal que:

$$(1 - \delta_k)\|\mathbf{x}\|_2^2 \leq \|\mathbf{Ax}\|_2^2 \leq (1 + \delta_k)\|\mathbf{x}\|_2^2 \tag{3.10}$$

para todo $\mathbf{x} \in \mathcal{S}_k$.

Si una matriz $\mathbf{A}$ satisface la propiedad de isometría restringida de orden $2k$, de la ecuación 3.10 se puede interpretar que la matriz $\mathbf{A}$ conserva la distancia de cualquier par de vectores k-dispersos, lo cual tiene implicaciones fundamentales respecto al ruido.

Lema 3.1: Límite Inferior de la Propiedad de Isometría Restringida - Supóngase que $\mathbf{A}$ satisface la propiedad de isometría restringida de orden k con constante δ_k. Sea γ un entero positivo. Luego $\mathbf{A}$ satisface la propiedad de isometría restringida de orden $k' = \gamma\lfloor\frac{k}{2}\rfloor$ con constante $\delta_{k'} < \gamma\delta_k$.

El límite inferior de la propiedad de isometría restringida es una condición necesaria para la recuperación de todas las señales $\mathbf{x}$ a partir de sus medidas $\mathbf{Ax}$, por los mismos motivos que la condición de espacio nulo es necesaria.

Definición 3.4 : Sea $\mathbf{A} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ una matriz de sensado, y sea $\Delta : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ un algoritmo de recuperación dispersa. Se dice que el par $(\mathbf{A}, \Delta)$ es C-estable si para cualquier $\mathbf{x} \in \mathcal{S}_k$ y para cualquier $\mathbf{e} \in \mathbb{R}^m$ se tiene que

$$\|\Delta(\mathbf{Ax} + \mathbf{e}) - \mathbf{x}\|_2 \leq C\|\mathbf{e}\|_2. \tag{3.11}$$

La ecuación 3.11 indica que si se adiciona una pequeña cantidad de ruido a las medidas, el impacto de dicha adición sobre la señal recuperada no debe ser arbitrariamente grande.

Teorema 3.3 (Davenport, 2010): Si el par $(\mathbf{A}, \Delta)$ es C-estable se tiene que

$$\frac{1}{C}\|\mathbf{x}\|_2 \leq \|\mathbf{Ax}\|_2 \tag{3.12}$$

para todo $\mathbf{x} \in \mathcal{S}_{2k}$.

La demostración del teorema 3.3 se encuentra en (Davenport, 2010). Del teorema 3.3 (ecuación 3.12) se puede afirmar que si se desea reducir el impacto del ruido en la señal recuperada, se debe ajustar la matriz de sensado $\mathbf{A}$ (puede pensarse en escalarla) de tal manera que cumpla la propiedad de isometría restringida, obteniendo de esta manera un ajuste de la ganancia de la señal si la magnitud del ruido es independiente de la selección de $\mathbf{A}$, alcanzando de esta manera una alta relación señal a ruido, de tal manera que eventualmente el ruido pueda considerarse despreciable.

Hasta el momento, con respecto a la cantidad de medidas requeridas para garantizar la recuperación de una señal dispersa se tiene el límite inferior determinado por el teorema 3.1, el cual indica que debe ser $m \geq 2k$ para el caso de señales exactamente k-dispersas que cumplan con la propiedad de espacio nulo (adicionalmente no se considera el ruido); por lo tanto, la idea ahora, es identificar cual es el mínimo número de medidas requeridas para garantizar la recuperación de una señal k-dispersa basadas en la propiedad de isometría restringida.

Teorema 3.4 (Davenport, 2010): Sea una matriz de tamaño $m \times n$ que satisfice la propiedad de isometría restringida de orden $2k$ con constante $\delta_{2k} \in (0, 1/2]$. Luego

$$m \geq 0.28k \ \log(\frac{n}{k}) \tag{3.13}$$

La demostración del teorema 3.4 se encuentra en (Davenport, 2010). La restricción $\delta_{2k} \leq \frac{1}{2}$ se realiza por conveniencia.

La ecuación 3.13, establece un límite inferior para la cantidad de medidas requeridas para la recuperación de la señal dispersa cuando la matriz de sensado satisface la propiedad de isometría restringida de orden $2k$.

Verificar que una matriz de sensado $\mathbf{A}$ satisface cualquiera de las propiedades tales como la "chispa", la propiedad de espacio nulo, o la propiedad de isometría restringida requiere típicamente realizar una búsqueda combinatoria sobre todo el espacio de submatrices $\binom{n}{k}$, por lo tanto, es preferible utilizar propiedades sobre la matriz $\mathbf{A}$ que se puedan calcular con mayor facilidad, donde la propiedad de coherencia de la matriz es una de esas propiedades (Donoho y Elad, 2003; Tropp y Gilbert, 2007).

Definición 3.5 : La coherencia de una matriz $\mathbf{A}$, denotada por $\mu(\mathbf{A})$, es el mayor valor absoluto del producto interno entre cualquier par de columnas $\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_j$ de $\mathbf{A}$, y definida como se ilustra en la ecuación 3.14.

$$\mu(\mathbf{A}) = \underset{1 \leq i \leq j \leq n}{\arg\max} \frac{|\langle \mathbf{a}_i, \mathbf{a}_j \rangle|}{\|\mathbf{a}_i\|_2 \|\mathbf{a}_j\|_2} \tag{3.14}$$

En (Rosenfeld, 1997; Strohmer y Heath, 2003; Welch , 1974) se muestra el límite de Welch, el cual es el límite inferior de la coherencia de una matriz, por lo tanto $\mu(\mathbf{A}) \in [\sqrt{\frac{n-m}{m(n-1)}}, 1]$, donde puede apreciarse que si $n \gg m$ el límite inferior es aproximadamente $\mu(\mathbf{A}) > \frac{1}{\sqrt{m}}$.

Lema 3.2 (citep129:- Para cualquier matriz $\mathbf{A}$,

$$Spark(\mathbf{A}) \geq 1 + \frac{1}{\mu(\mathbf{A})} \tag{3.15}$$

La demostración se realiza en (Tropp y Gilbert, 2007).

Por medio de la combinación del teorema 3.1 (ecuación 3.7) con el lema 3.2 (ecuación 3.15) se puede proponer la siguiente condición sobre la matriz de sensado $\mathbf{A}$ de tal manera que se garantiza unicidad de la correspondencia de la señal dispersa $\mathbf{x}$ con sus medidas $\mathbf{Ax}$.

Teorema 3.5 (Donoho y Elad, 2003): Si

$$k < \frac{1}{2}(1 + \frac{1}{\mu(\mathbf{A})}), \tag{3.16}$$

se tiene entonces que para cada vector de mediciones $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ existe al menos una señal $\mathbf{x} \in \mathcal{S}_k$ tal que $\mathbf{y} = \mathbf{Ax}$.

El teorema 3.5 (ecuación 3.16) junto con el límite de Welch proporcionan un límite superior al nivel de dispersión k que garantiza unicidad utilizando coherencia, el cual se indica en la ecuación 3.17.

$$k = O(\sqrt{m}) \tag{3.17}$$

De acuerdo a lo presentado hasta el momento en esta sección, puede indicarse que la construcción de la matriz de sensado es una tarea dispendiosa en la cual es de vital importancia satisfacer las propiedades que garantizan la recuperación de la señal con la menor cantidad posible de mediciones, por ello, en (Bourgain, et al., 2011; DeVore, 2007; Haupt, et al., 2010; Indyk, 2008) se han estudiado técnicas de construcción de matrices de sensado determinísticas, las cuales satisfacen las propiedades de recuperación, pero requieren de gran cantidad de medidas, por ejemplo en (DeVore, 2007), la técnica de construcción propuesta requiere que $m = O(k^2 \log n)$, afortunadamente, estas limitaciones pueden ser superadas aleatorizando la construcción de la matriz de sensado. Por ejemplo, si $\mathbf{A}$ es una matriz aleatoria de tamaño $m \times n$ cuyas entradas son independientes e idénticamente distribuidas, con distribuciones continuas, entonces $Spark(\mathbf{A}) = m + 1$ con probabilidad 1. De manera más significativa, matrices aleatorias satisfacen la propiedad de isometría restringida con alta probabilidad si las entradas siguen una distribución gausiana, Bernoulli o en general cualquier distribución subgausiana y requieren una cantidad de medidas $m = O(k^2 \log \frac{n}{k})$ (Achlioptas, 2003). La utilización de matrices aleatorias tiene otros beneficios adicionales tales como que las medidas son democráticas, lo cual significa, que es posible recuperar una señal utilizando

cualquier subconjunto suficientemente grande de medidas; otro beneficio es que en la práctica, con frecuencia, se tiene interés de tomar medidas de una señal $\mathbf{x}$ que no es dispersa en su base original pero que es dispersa con respecto a una base Φ, por lo tanto, se requiere que el producto $\mathbf{A}\Phi$ cumpla con la propiedad de isometría restringida. Si se utiliza una construcción determinista sería necesario tener en cuenta la base Φ en la construcción de $\mathbf{A}$, pero cuando $\mathbf{A}$ se construye de manera aleatoria se puede evitar esta consideración.

3.4.3 Recuperación dispersa o decodificación no lineal

Existen cinco clases de técnicas computacionales para resolver problemas de aproximación dispersa:

- **Búsqueda Codiciosa**: Refina iterativamente una solución dispersa por medio de identificación sucesiva de uno o más componentes que producen la mejor aproximación (Mallat y Zhang, 1993).

- **Relajación Convexa**: Este tipo de técnica reemplaza el problema combinatorio por un problema de optimización convexa. Resuelve el problema convexo con algoritmos que explotan la estructura del problema (Chen, et al., 2001).

- **Métodos Bayesianos**: En esta técnica se asume una distribución a priori que favorece la dispersión para los coeficientes desconocidos; se desarrolla un estimador de máximo a posteriori que incorpora la observación e identifica una región de masa posterior significativa (Wipf y Rao, 2004), o promedia sobre los modelos más probables (Schniter, et al., 2008).

- **Optimización no Convexa**: Convierte el problema ℓ_0 en un problema no convexo relacionado y trata de identificar un punto estacionario. (Chartrand, 2007).

- **Fuerza Bruta**: Con esta técnica se realiza una búsqueda sobre todo el conjunto de posibles soportes, utilizando métodos de plano cortante para reducir el número de posibilidades (Miller, 2002).

A continuación se realiza una descripción general de los algoritmos basados en Búsqueda Codiciosa y los algoritmos de Relajación Convexa, dado que estos dos métodos son los que presentan como ventaja el ser computacionalmente prácticos y conducen a soluciones demostrablemente correctas bajo condiciones bien definidas (Becker, et al., 2011a,b; Ben-Haim, et al., 2010; Donoho, et al., 2006). Los métodos Bayesianos y basados en optimización no convexa, se basan en principios sólidos, pero en la actualidad no ofrecen garantías sólidas de solución (Gilbert, et al., 2010, 2007); en cuanto a los métodos de Fuerza Bruta, son algorítmicamente correctos, pero solo son eficientes en problemas de pequeña escala (Sun, et al., 2013; Candés y Tao, 2006; Baraniuk, et al., 2008).

Algoritmos Basados en Búsqueda Codiciosa

Los algoritmos basados en búsqueda codiciosa se basan en aproximaciones sucesivas de los coeficientes y del soporte de la señal, identificando de manera iterativa el soporte de la señal hasta alcanzar un criterio de convergencia, o por obtener de manera alternativa una aproximación mejorada de la señal dispersa en cada iteración considerando la falta de correspondencia con los datos medidos.

El algoritmo de Búsqueda de Correspondencia Ortogonal (*Orthogonal Matching Pursuit* - OMP) (Lobato, et al., 2009) es tal vez el más simple al interior de esta categoría, este algoritmo inicia buscando la columna de la matriz de sensado A mayormente correlacionada con las medidas, luego se repite este paso correlacionando las columnas con la señal residual, la cual se obtiene restando las contribuciones de una estimación parcial de la señal del vector de mediciones original.

El algoritmo en la tabla 3.1 muestra la estructura formal de OMP, donde $\mathcal{H}_k(\mathbf{x})$ denota el operador de umbralización dura sobre $\mathbf{x}$, el cual establece en cero todas las entradas de $\mathbf{x}$ excepto aquellas k entradas de mayor magnitud. El criterio de parada puede consistir de un límite sobre la cantidad de iteraciones donde también se limite el número de entradas no cero del vector $\tilde{\mathbf{x}}$ o un criterio que verifique que $\mathbf{y} \approx \mathbf{A}\mathbf{x}$.

OMP garantiza recuperación de la señal $\mathbf{x}$ en exactamente k iteraciones para señales exactamente k-dispersas libres de ruido para matrices que satisfacen la

1	**Entradas**: Matriz de sensado $\mathbf{A}$, vector de medidas $\mathbf{y}$.
2	**Inicializar**: $\tilde{\mathbf{x}}_0 = 0$,$\mathbf{r}_0 = \mathbf{y}$,$\Lambda_0 = \emptyset$.
3	**For** $i = 1$; $i := i + 1$ **hasta que** se cumpla el criterio de parada
4	$\mathbf{g}_i \leftarrow \mathbf{A}^T \mathbf{r}_{(i-1)}$ % Estimación de la señal de forma residual
5	$\Lambda_i \leftarrow \Lambda_{(i-1)} \cup supp(\mathcal{H}_1(\mathbf{g}_i))$ % Agrega la mayor entrada residual.
6	$\tilde{\mathbf{x}}\|_{\Lambda_i} \leftarrow \mathbf{A}^+_{(\Lambda_i)}\mathbf{y}$, $\tilde{\mathbf{x}}\|_{\Lambda_i^c} \leftarrow 0$ % Actualiza la estimación de la señal.
7	$\mathbf{r}_i \leftarrow \mathbf{y} - \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}}_i$ % Actualiza la medición residual.
8	**Fin For**
9	**Retorna**: $\tilde{\mathbf{x}}$

Tabla 3.1. Búsqueda de Correspondencia Ortogonal - OMP

propiedad de isometría restringida (Davenport y Wakin, 2010); en los dos casos, los resultados solo aplican cuando $m = O(k^2 \log(n))$.

Algoritmos Basados en Relajación Convexa

Los algoritmos basados en relajación convexa son otro enfoque fundamental de aproximación dispersa, los cuales reemplazan la función combinatoria ℓ_0 con la función convexa ℓ_1, lo cual, convierte el problema combinatorio en un problema de optimización convexa, concretamente (Gribonval y Nielsen, 2003), la norma ℓ_1 es la función convexa más aproximada a la función ℓ_0. El enfoque natural, desde el cual se aborda el problema de aproximación dispersa es encontrar la solución dispersa de $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$, resolviendo la ecuación 3.18.

$$\arg\min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x}\|_0 \quad sujeto\ a \quad \mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} \tag{3.18}$$

Sin embargo el problema planteado en la ecuación 3.18 es un problema combinatorio el cual en general es NP-Hard (Natarajan, 1995), y el simple hecho de trabajar con todos los soportes de cardinalidad k se convierte en un problema computacional intratable, al reemplazar la norma ℓ_0 por la norma ℓ_1 el problema se convierte en el planteado en la ecuación 3.19.

$$\arg\min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x}\|_1 \quad sujeto\ a \quad \mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} \tag{3.19}$$

Cuando se trata con mediciones imperfectamente dispersas (medidas contaminadas por ruido), se considera el modelo de sensado dado por la ecuación 3.20.

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{w}, \tag{3.20}$$

donde $\mathbf{A}$ es la matriz de sensado de tamaño $m \times n$, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ es el vector de mediciones y $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^m$ es el vector de ruido, las entradas de $\mathbf{y}$ son las medidas de $\mathbf{x}$ contaminadas por ruido, el problema de optimización de la ecuación 3.20 se convierte en el problema definido en la ecuación ecuación 3.21.

$$\arg\min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x}\|_1 \quad sujeto\ a \quad \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2 \leq \varepsilon \tag{3.21}$$

O de manera equivalente

$$\arg\min_{\mathbf{x}} (\|\mathbf{x}\|_1 + \frac{\mu}{2}\|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2^2) \tag{3.22}$$

Los dos algoritmos o problemas de minimización son equivalentes en el sentido que la solución de un problema es también la solución del otro siempre que los parámetros ε y μ se establezcan adecuadamente; sin embargo la correspondencia entre ε y μ no se conoce de manera a priori, dependiendo de la aplicación y la información disponible, uno de los dos puede ser más fácil de obtener, lo que hace que uno de los dos problemas enunciados en las ecuaciones 3.21 y 3.22 sea preferido sobre el otro. El seleccionar adecuadamente ε o μ es un problema que es muy importante en la práctica, por lo cual, principios generales de selección incluyen 1.) Realizar presunciones estadísticas sobre $\mathbf{w}$ y $\mathbf{x}$ e interpretar las ecuaciones 3.21 o 3.22 como por ejemplo estimaciones de máximo a posteriori. 2.) Validación cruzada (realizar la reconstrucción a partir de un subconjunto de medidas y validar la recuperación sobre el otro subconjunto de medidas) y 3.) Encontrar los mejores valores de los parámetros sobre un conjunto de datos de prueba y utilizar estos parámetros sobre los datos actuales con ajustes apropiados, para compensar las diferencias en escala, rango dinámico, dispersión y nivel de ruido.

3.4.4 Búsqueda Codiciosa o Relajación Convexa

Los dos métodos permiten garantizar la recuperación de la señal original siempre que se cumpla con una cantidad adecuada de medidas, sin embargo, dada la natu-

raleza de la búsqueda codiciosa que construye y corrige progresivamente el soporte de la solución, su desempeño sobre señales que siguen una distribución que decae rápidamente es mejor que los algoritmos basados en relajación convexa, dado que requieren una menor cantidad de mediciones; por otra parte, los algoritmos basados en recuperación convexa tienden a tener un desempeño más consistente por lo cual la calidad de la solución tiende a afectarse menos por la velocidad de caída de la distribución de la señal.

La búsqueda codiciosa puede extenderse al modelo base de CS en el cual las señales no solamente son dispersas, sino que sus soportes se encuentran restringidos a ciertos modelos, como por ejemplo, estructuras en árbol; algunos de estos modelos son difíciles de representar como modelos de optimización convexa; por otra parte, es difícil extender la búsqueda codiciosa a funciones objetivo o a funciones de energía. La optimización dispersa naturalmente acepta funciones objetivo y restricciones de muchos tipos, especialmente si son convexas; sin embargo, si un problema puede ser resuelto por los dos métodos, se debe examinar la velocidad de caída de la distribución de la señal.

3.5 Validación Conjunta

La validación de los marcos metodológicos propuestos, se realiza aplicándolos al escenario de sensado de espectro de banda ancha basado en sensado compresivo (Candès, et al., 2006; Astaiza, et al., 2015). La identificación de espacios en blanco se realiza por un dispositivo no colaborativo de CR, donde la prioridad es realizar el sensado de espectro de banda ancha.

A continuación se abordan las etapas metodológicas propuestas en las secciones 3.3 y 3.4 para el desarrollo de un algoritmo eficiente de sensado de espectro, que permita identificar los espacios en blanco presentes en la multibanda de interés minimizando la tasa de muestreo requerida y garantizando alta probabilidad de detección y bajas probabilidades de omisión de detección y falsa alarma.

3.5.1 Modelo del Sistema

Considerando un dispositivo de CR de única antena que opera sobre una multibanda (licenciada) con un ancho de banda total de $B\ Hz$, el cual se encuentra dividido en k sub-bandas no traslapadas de igual ancho de banda b, equivalente a $B/k\ Hz$ por canal como se muestra en la figuras 3.5 y 3.6.

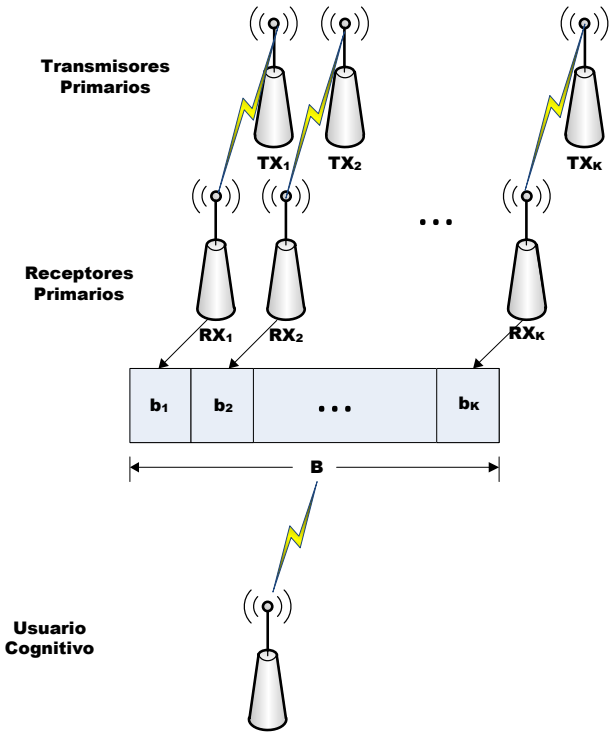

Figura 3.5. Escenario Sensado de Espectro de Banda Ancha con Usuario Cognitivo de Única Antena.

Asumiendo que las muestras de la señal multibanda son variables aleatorias independientes que siguen una distribución normal de media cero y varianza σ_s $(\mathcal{N}(0, \sigma_s))$, presunción que es válida para cualquier señal multibanda en la cual cada portadora de una sub-banda se modula independientemente por flujos de datos; y que las muestras de ruido en cada antena son variables aleatorias normalmente distribuidas, independientes, de media cero y varianza σ_n $(\mathcal{N}(0, \sigma_n))$, la señal recibida en la antena del dispositivo de CR puede expresarse como se indica en la ecuación 3.23.

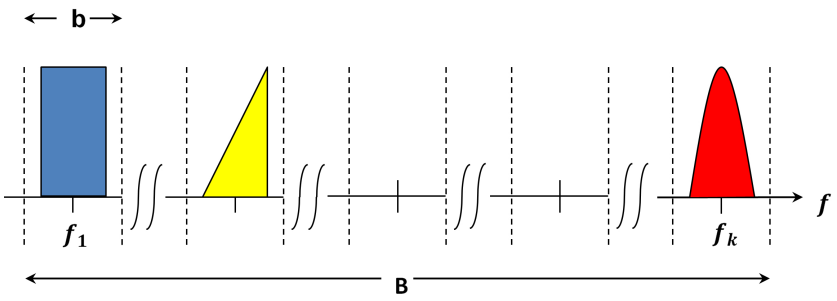

Figura 3.6. Señal Multibanda Genérica.

$$\mathbf{x}_j(n) = \mathbf{h}_j \mathbf{s}_j(n) + \mathbf{w}_j(n) \tag{3.23}$$

donde $\mathbf{x}_j(n)$ es la n-ésima componente de la señal recibida por el SU en la j-ésima sub-banda con $j = 1, 2, .., k$, $\mathbf{h}_j$ representa la respuesta del canal en la j-ésima sub-banda, $\mathbf{s}_j(n)$ es la n-ésima componente de la señal transmitida por el j-ésimo PU sobre la j-ésima sub-banda y recibida por la antena del SU y $\mathbf{w}_j(n)$ es la n-ésima componente del ruido en la j-ésima sub-banda.

El problema de sensado de espectro en la j-ésima sub-banda puede formularse como un problema de comprobación de hipótesis estadística en el cual se debe escoger entre la hipótesis $\mathcal{H}_{0,j}$ la cual indica que la j-ésima sub-banda se encuentra disponible, y la hipótesis $\mathcal{H}_{1,j}$ la cual indica que la j-ésima sub-banda se encuentra ocupada, lo anterior puede expresarse de acuerdo a la ecuación 3.24.

$$y(k) = \begin{cases} \mathcal{H}_{0,j} : \ \mathbf{x}_j = \mathbf{w}_j \\ \mathcal{H}_{1,j} : \ \mathbf{x}_j = \mathbf{h}_j \mathbf{s}_j + \mathbf{w}_j \end{cases} \tag{3.24}$$

donde $\mathbf{x}_j \in \mathbb{R}_p$ es el vector de la señal recibida por el SU en la j-ésima sub-banda, con p igual a la cantidad de muestras tomadas por sub-banda, $\mathbf{w}_j \in \mathbb{R}_p$ es el vector que representa las componentes de ruido blanco presente en la j-ésima sub-banda, $\mathbf{h}_j \in [0, 1]$ representa la respuesta del canal en la j-ésima sub-banda, finalmente $\mathbf{s}_j \in \mathbb{R}_p$ es el vector que representa la señal transmitida por el j-ésimo PU sobre la j-ésima sub-banda.

Para realizar la identificación de WS, el dispositivo de CR debe implementar el

sensado de espectro mediante la ejecución de las funciones asociadas a cada uno de los bloques del diagrama que se muestra en la figura 3.7.

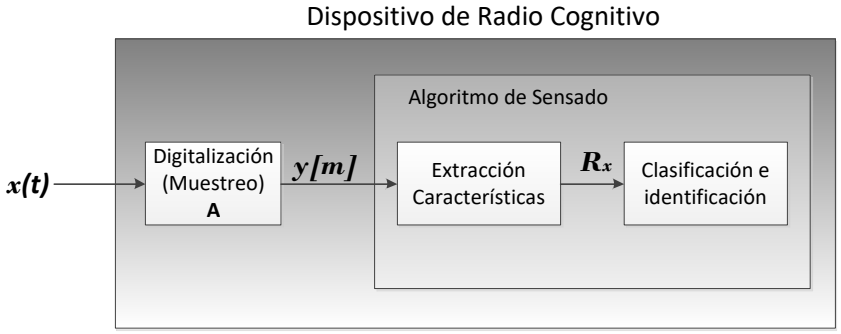

Figura 3.7. Diagrama en Bloques Función Sensado de Espectro Dispositivo de Radio Cognitivo.

donde $\mathbf{x}(t)$ representa la señal de banda ancha presente en el canal de comunicaciones en la banda del operador licenciado. Inicialmente en el bloque de digitalización la señal $\mathbf{x}(t)$ se muestrea con el RD, donde se implementa el muestreo mediante la matriz $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ obteniendo el vector de muestras $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$, con $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$. Posteriormente, el bloque de extracción de características permite obtener la matriz de covarianza de la señal $\mathbf{R}_x \in \mathbb{R}^{n \times n}$ a partir de la matriz de covarianza de las muestras $\mathbf{R}_y \in \mathbb{R}^{m \times m}$, donde $m < n$. Finalmente, en el bloque de clasificación se realiza la detección de WS basado en la matriz de covarianza estimada de la señal utilizando un criterio de máximo aposteriori.

3.5.2 Escenarios Reales y de Simulación

Para la validación de los marcos metodológicos propuestos se plantean tres escenarios, el primero corresponde a un escenario en el cual la señal de prueba corresponde a una señal digital simulada, los dos escenarios restantes corresponden a señales reales DVB-T2 y FM obtenidas de acuerdo con campaña de mediciones descrita en el Apéndice 1.

Escenario y Parámetros de Simulación

La implementación de la simulación del algoritmo de sensado de espectro de banda ancha propuesto, por simplicidad y practicidad en los tiempos de simulación y sin perder generalidad, se realiza generando una señal multibanda en un rango comprendido entre 0MHz y 20MHz, en la cual se definen 6 sub-bandas de frecuencia; para simular la señal transmitida por cada usuario primario, se generan de manera aleatoria símbolos $16QAM$ a una tasa de $2Msps$, los cuales siguen una distribución uniforme y se consideran independientes entre sí. Posteriormente se conforman los pulsos a través de un filtro coseno alzado con un factor de *roll off* de 0.5, los cuales finalmente son modulados sobre la respectiva portadora; para efectos de simulación se asume que cada usuario primario genera 100 símbolos, por lo cual a la tasa de $2Msps$ la duración de la señal multibanda será de $50\mu s$, donde se puede apreciar que la duración de la señal se encuentra determinada por la cantidad de símbolos transmitidos, lo cual no afecta la forma de la distribución de potencia de la señal y por lo tanto, al tener mayor o menor duración no se afectan los resultados de sensado bajo los parámetros establecidos y dependientes del ancho de banda de la multibanda y de las sub-bandas definidas; de esta manera, considerando el ancho de banda de la señal multibanda de $20\ MHz$, se establece que la tasa de muestreo de Nyquist es de $40MHz$; asumiendo que, en un instante de tiempo cualquiera, en el sistema solo se tienen 3 usuarios primarios activos, haciendo uso de las portadoras ubicadas en $33MHz$, $6MHz$, $9MHz$, $12MHz$, $15MHz$ y $18MHz$, y adicionando ruido blanco gaussiano generado de manera aleatoria con una distribución normal de media cero y varianza igual a la energía de símbolo sobre la relación señal a ruido (SNR) objetivo.

En este escenario, se tiene que la cantidad de canales del sistema es $K = 6$, el número de canales ocupados por los usuarios primarios es $L = 3$, el número de canales disponibles para los usuarios cognitivos es $K - L = 3$, el ancho de banda licenciado al operador primario es $B = 20MHz$, por lo tanto cada canal cuenta con un ancho de banda de operación de $\frac{B}{K}MHz = \frac{20}{6}MHz = 3.3MHz$; de igual forma se asume que todos los usuarios primarios transmiten con la misma potencia, y que la relación señal a ruido es de $30dB$.

Normalmente el orden de dispersión de la señal presente en la banda licenciada

es desconocido, sin embargo, se presenta un límite superior, el cual es igual a la cantidad de sub-bandas de frecuencias definidas en la banda de interés, motivo por el cual el orden de dispersión con el que se aborda el escenario es $l = K = 6$; se simula con este valor con la intención de abordar el problema de realizar las mediciones y reconstrucción de la señal dispersa, en un escenario que se aproxime de mejor manera al escenario real, en el cual no se conoce con certeza el orden de dispersión. Los parámetros de simulación se muestran en la tabla 3.2.

Parámetro	**Valor**
Generación Señal Multibanda	
Ancho Banda Multibanda	$20MHz$
Modulación Señal Canal	$16QAM$
Tasa de Símbolos	$2Msps$
Factor Roll Off Filtro Tx	0.5
Tasa Muestreo Nyquist	$40MHz$
Número Muestras Multibanda (Nyquist)	2000
Frecuencias Portadoras	$3\ MHZ$ $6\ MHZ$ $9\ MHZ$ $12\ MHZ$ $15\ MHZ$ $18\ MHZ$
Muestreador Sub-Nyquist	
Número de Muestras Entrada	2000
Número de Muestras Salida	100
Algoritmo de Sensado de Banda Ancha	
Número de Iteraciones	K

Tabla 3.2. Parámetros de Simulación

Escenarios Reales

Señal DVB-T2

En este escenario de prueba, se mide la potencia de la señal transmitida por la estación transmisoras de DVB-T2 que cubre a la ciudad de Armenia en la banda comprendida entre $470MHz$ a $506MHz$ (canales 13 al 18), con las características de medición que se ilustran en la tabla 3.3.

	Tx	Rx
Latitud (grad, min, seg)	$4^o36'40.298"N$	$4^o33'53.248"N$
Longitud (grad, min, seg)	$75^o39'37.008"O$	$75^o39'7.884"O$
Altura s.n.m (m)	1691.4	1574.5
Frecuencia central	$488MHz$	$488MHz$
Rango de frecuencias (MHz)	$470MHz$ a $506MHz$	$470MHz$ a $506MHz$

Tabla 3.3. Parámetros de Medición Señal DVB-T2

Señal FM

En este escenario de prueba, se mide la potencia de las señales transmitidas por lasdiferentes estaciones de radio FM que cubren la ciudad de Armenia en la banda comprendida entre $96MHz$ a $99MHz$, con las características de medición que se ilustran en la tabla 3.4.

	Rx
Latitud (grad, min, seg)	$4^o33'53.248"N$
Longitud (grad, min, seg)	$75^o39'7.884"O$
Altura s.n.m (m)	1574.5
Frecuencia central	$97.5MHz$
Rango de frecuencias (MHz)	$96MHz$ a $99MHz$

Tabla 3.4. Parámetros de Medición Señal FM

3.5.3 Modelo de la Señal Presente en el Canal (Representación Dispersa de la Señal)

Asumiendo que en el sistema existen instantes de tiempo en los cuales no se encuentran en uso la totalidad de las sub-bandas disponibles, y denotando por L el número de canales ocupados por los usuarios primarios que se encuentran activos

en la red, luego se tienen $k - L$ canales disponibles en el sistema que pueden ser aprovechados por usuarios secundarios de Radio Cognitivo.

El orden de la señal dispersa en la banda del operador primario en realidad es desconocido, pero de acuerdo a que el problema de sensado de espectro solo requiere identificar las portadoras activas dentro del ancho de banda licenciado, este orden de dispersión puede asumirse como el máximo posible, el cual equivale a tener los k canales del operador ocupados por los usuarios primarios, luego, la señal sensada en este caso es k-dispersa, con orden de dispersión k.

La función de sensado de espectro realizada por el terminal cognitivo es determinar la ocupación de los k canales en la banda asignada al operador primario, donde los $k - L$ canales disponibles en la red representan oportunidades de transmisión a los usuarios cognitivos siempre y cuando los terminales cognitivos se encuentren en capacidad de detectar correctamente los canales disponibles en la banda sensada.

Asumiendo que los usuarios primarios utilizan un esquema de modulación digital, la señal presente en la banda licenciada se representa como se muestra en la ecuación 3.25.

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{n=1}^{k} [\mathbf{x}_{In}(t)\cos(2\pi f_n t + \theta_n) - \mathbf{x}_{Qn}(t)\sin(2\pi f_n t + \theta_n)] \tag{3.25}$$

donde $\mathbf{x}_{In}(t)$ es la componente en fase de la señal sobre la n-ésima portadora de frecuencia f_n, $\mathbf{x}_{Qn}(t)$ es la componente en cuadratura de la señal sobre la n-ésima portadora de frecuencia f_n y θ_n representa la fase de la señal portadora. La señal presente en la banda del operador primario en los dominios tiempo y frecuencia luce como se muestra en las figuras 3.8 y 3.9 respectivamente.

Mientras las señales reales se muestran en las figuras 3.10 y 3.11.

Dado que la señal en el canal es dispersa en el dominio frecuencia, se realiza la transformada de Fourier de la señal $\mathbf{x}(t)$ y se umbraliza la magnitud cuadrática de la transformada, la cual permite llegar a la aproximación dispersa de la señal la cual se muestra en la ecuación 3.26.

$$\mathbf{X}(f) = \mathcal{U}(|\mathcal{F}(\mathbf{x}(t))|^2), \tag{3.26}$$

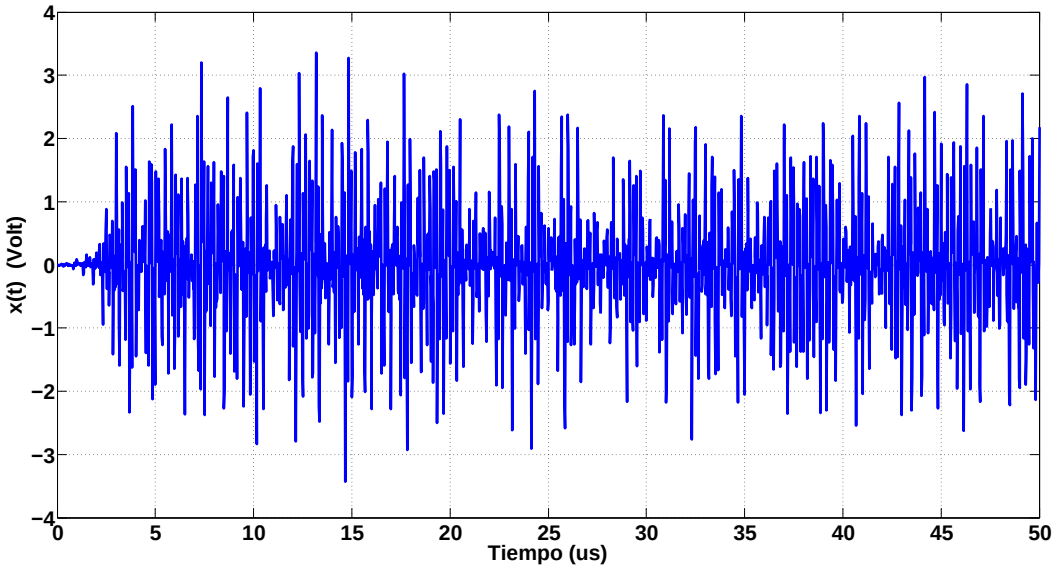

Figura 3.8. Señal Multibanda Presente en la Banda Primaria en el Escenario de Simulación Planteado SNR=30dB (Dominio Tiempo).

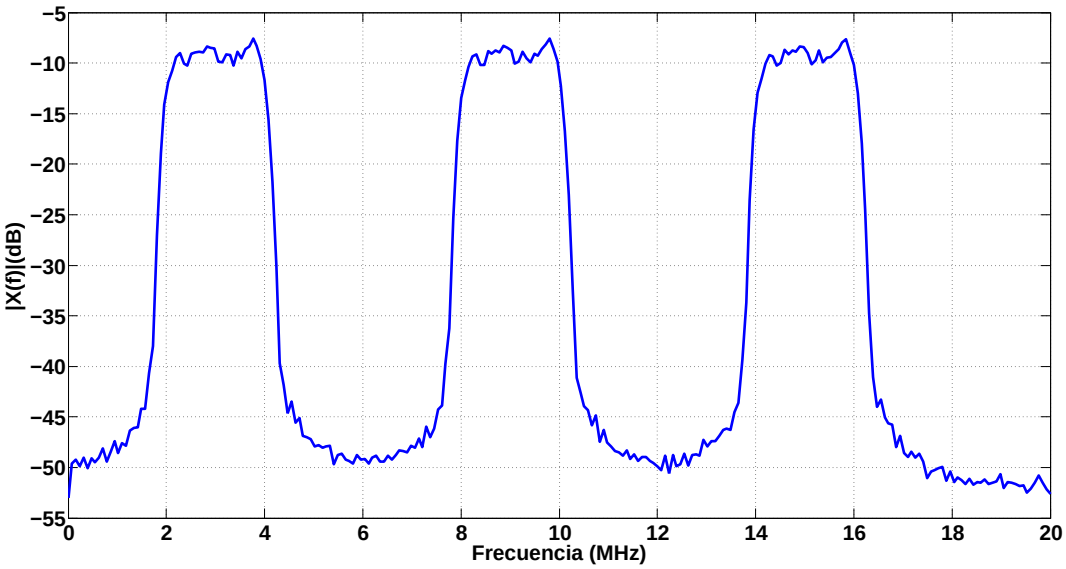

Figura 3.9. Densidad Espectral de Potencia de la Señal Multibanda Presente en la Banda Primaria en el Escenario de Simulación Planteado SNR=30dB.

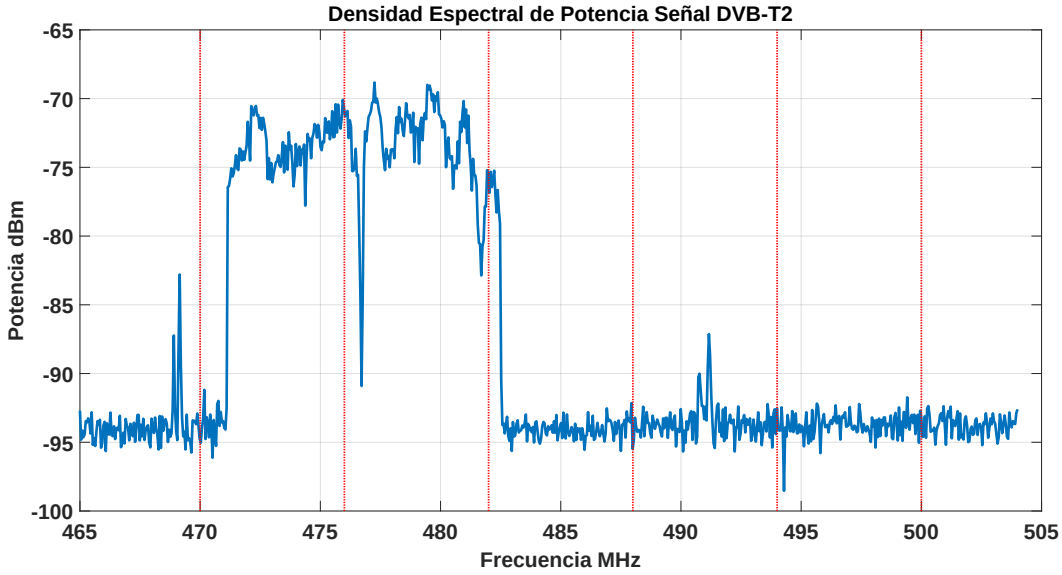

Figura 3.10. Señal Multibanda DVB-T2 Adquirida.

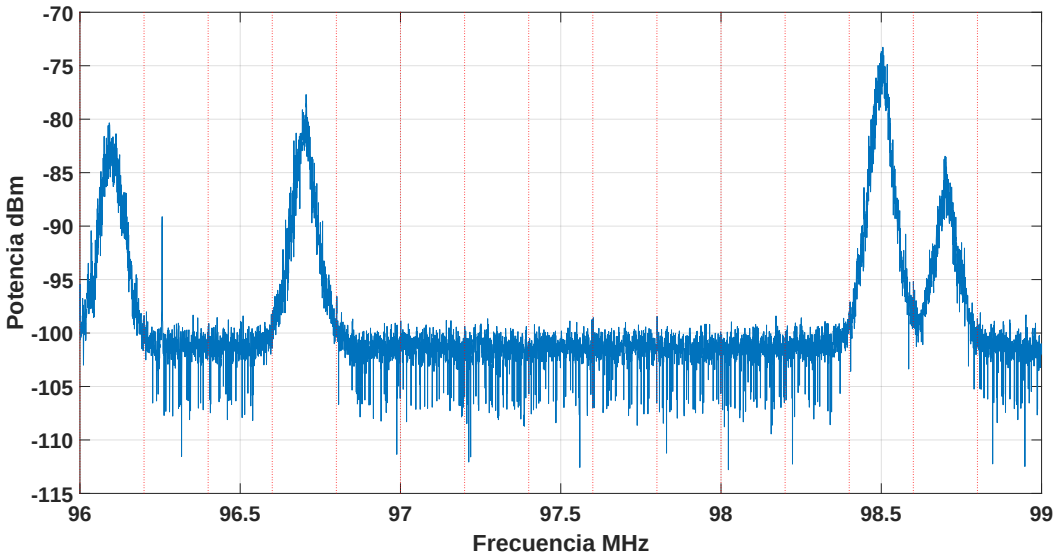

Figura 3.11. Señal Multibanda FM Adquirida.

donde $\mathcal{U}(z)$ representa la función de umbralización, la cual se define como se indica en la ecuación 3.27.

$$\mathcal{U}(z) = \begin{cases} 0 & si \quad z \leq \gamma \\ z & si \quad z > \gamma \end{cases} \tag{3.27}$$

donde γ denota la potencia de ruido de la banda sensada. Por lo tanto, al representar digitalmente la señal en el dominio disperso se obtiene la aproximación dispersa observada en la figura 3.12.

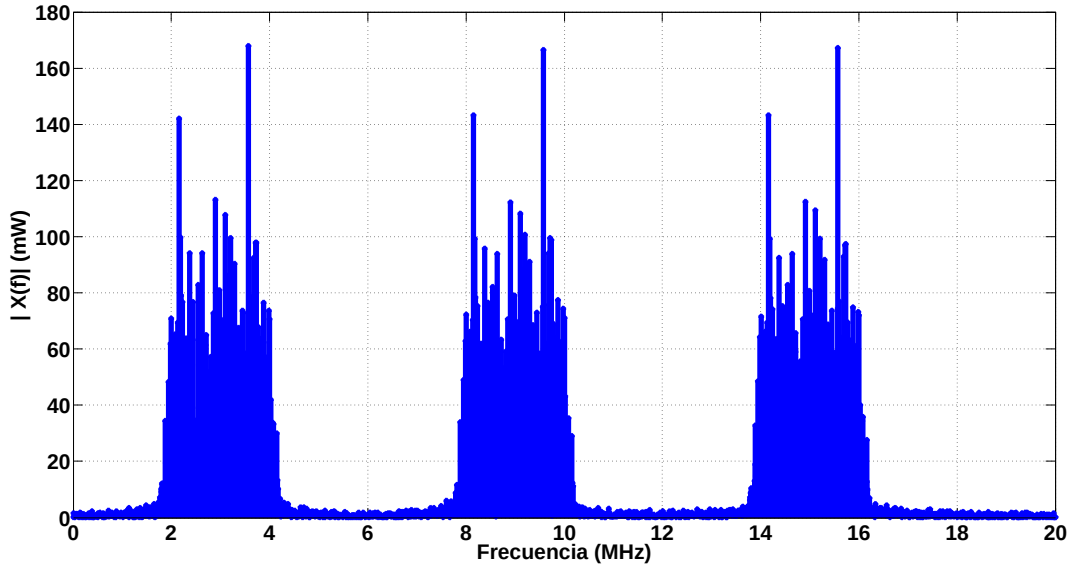

Figura 3.12. Representación Dispersa de la Señal Presente en la Banda Primaria en el Escenario de Simulación Planteado SNR=30dB.

3.5.4 Pre-procesamiento y Digitalización de la Señal de RF (Toma de Medidas y Codificación Lineal)

De acuerdo a que el objetivo planteado de sensado es la identificación de espacios en blanco en un escenario de radio de banda ancha, se decide minimizar la cantidad de muestras a procesar en la etapa de clasificación e identificación, motivo por el cual se define realizar un muestreo sub-nyquist basado en sensado compresivo.

El muestreo de la señal multibanda $\mathbf{x}(t)$ ilustrado en la ecuación 3.25, realizado mediante el AIC denominado demodulador aleatorio RD (Tropp, et al., 2010), puede considerarse como un nuevo tipo de sistema de muestreo, el cual puede usarse para realizar la adquisición de señales dispersas limitadas en banda.

Como se muestra en el diagrama de la figura 3.13, la señal de entrada al demodulador aleatorio se multiplica por una secuencia psudoaleatoria de alta tasa, la cual dispersa la energía de los tonos sobre el ancho de banda total ocupado por la secuencia, posteriormente, se aplica filtraje anti-aliasing de acuerdo al límite superior del inverso de la tasa de información de la señal $\frac{1}{R}$ con $R = O[K \log(\frac{W}{K})]$ (Tropp, et al., 2010), para finalmente muestrear la señal a una tasa inferior a la tasa de Nyquist. El proceso de demodulación (multiplicación por la secuencia pseudoaleatoria) garantiza que cada tono presente en la señal de entrada presenta una "firma" diferente dentro de la banda pasante del filtro; dado que la señal de entrada al demodulador aleatorio se encuentra conformada solamente por algunos tonos, es posible identificar los tonos y sus amplitudes a partir de las muestras de baja tasa.

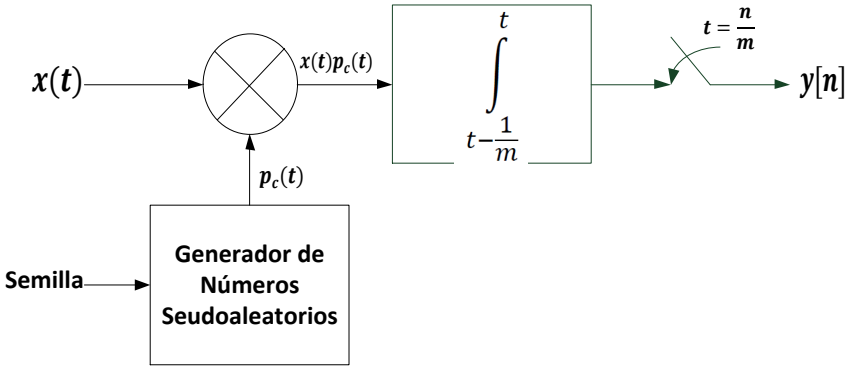

Figura 3.13. Diagrama en Bloques del Demodulador Aleatorio.

En el caso ideal, el demodulador aleatorio es un sistema lineal que mapea una señal de tiempo contínuo a una secuencia discreta de muestras (Tropp, et al., 2010), el cual actúa sobre la forma discreta de la señal de entrada $\mathbf{x}[n]$ de la señal de tiempo continuo $\mathbf{x}(t)$, cada muestra x_n de la señal $\mathbf{x}[n]$, donde cada muestra es el promedio de la señal $\mathbf{x}(t)$ sobre el n-ésimo intervalo de tiempo, se multiplica por la

respectiva muestra c_n de la señal aleatoria, donde $c_1, c_2, \cdots, c_n$ es la secuencia de tiempo discreto de valores ± 1 equiprobables producida por el generador de números pseudoaleatorios, por consiguiente, el proceso de demodulación es equivalente a mapear $\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{Dx}$ donde $\mathbf{D}$ es una matriz diagonal de tamaño $n \times n$ como se aprecia en la ecuación 3.28.

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_n \end{bmatrix} \tag{3.28}$$

Finalmente, se considera la acción de muestreo conjunta con la integración (acumulación). Se asume que la tasa de muestreo es m y suponiendo que m divide exactamente a n; luego, cada muestra obtenida del demodulador aleatorio es la suma de $\frac{n}{m}$ entradas consecutivas de la señal demodulada. Por lo tanto, la acción del muestreador en conjunto con la integración puede ser considerada como una matriz $\mathbf{H}$ de tamaño $m \times n$, cuya M-ésima fila tiene $\frac{n}{m}$ entradas unitarias consecutivas, iniciando en la columna $(\frac{Mn}{m}) + 1$; para cada $M = 1, 2, 3, \ldots, m$, por ejemplo para $m = 3$ y $n = 12$ la matriz $\mathbf{H}$ tiene la forma que se muestra en la ecuación 3.29.

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.29}$$

Por lo anterior, la matriz $\mathbf{M} = \mathbf{HD}$ de tamaño $m \times n$ describe la acción del sistema hardware sobre la señal discreta $\mathbf{x}[n]$. En (Tropp, et al., 2010)) se demuestra el cumplimiento de la condición de la propiedad de isometría restringida (RIP) del RD y en particular de la matriz de sensado $\mathbf{A}$, lo cual garantiza recuperación estable.

Del proceso de muestreo sub-Nyquist, se obtienen muestras de la forma ilustrada por la ecuación 3.30.

$$\mathbf{y} = \mathbf{Ax} \tag{3.30}$$

donde $\mathbf{A}$ es la matriz de sensado de tamaño $m \times n$, con $\mathbf{A} = \Phi\Psi$ donde Ψ representa la matriz de tamaño $n \times n$ de transformación del dominio tiempo al dominio frecuencia donde la señal $\mathbf{x}$ se considera dispersa y Φ es la matriz de tamaño

$m \times n$ que describe la acción del sistema hardware sobre la señal $\mathbf{x}$, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ es el vector de mediciones y $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ es el vector que representa la señal multibanda l-dispersa en el dominio frecuencia, por lo tanto, las entradas de $\mathbf{y}$ son las muestras sub-Nyquist de $\mathbf{x}$.

Al realizar el muestreo de la señal con el RD, el cual se implementa para tomar muestras a una tasa de $2MHz$ (factor de submuestreo igual a 20), se obtiene la señal muestreada que se muestra en la figura 3.14.

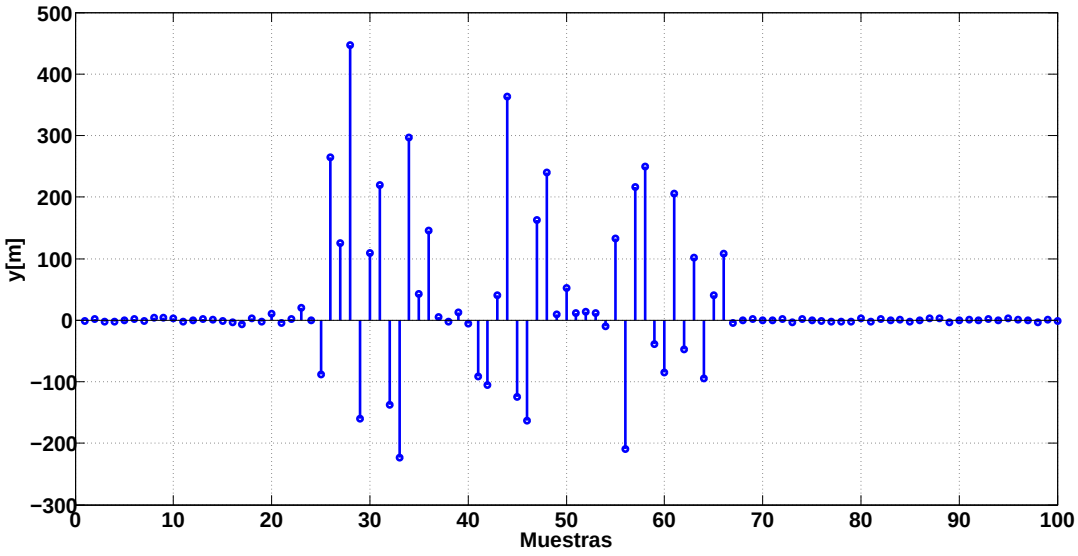

Figura 3.14. Señal de salida del RD para señal simulada con tasa de muestreo de 2MHz – 1/20 tasa de Nyquist.

3.5.5 Extracción de Características (Recuperación Dispersa o Decodificación no Lineal)

Considerando que lo que se busca es realizar la identificación de espacios en blanco presentes en un ancho de banda amplio, la característica a identificar es la presencia o no de energía en cada una de las sub-bandas dentro del ancho de banda de $B\ Hz$.

Con el vector de mediciones $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ se resuelve el problema de relajación convexa planteado en la ecuación 3.31.

$$\arg\min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x}\|_1 \quad sujeto\ a \quad \mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} \tag{3.31}$$

Obteniendo el vector estimado de la señal $\widehat{\mathbf{x}}[n] = [\widehat{\mathbf{x}}_1[n],\ \widehat{\mathbf{x}}_2[n], \cdots, \widehat{\mathbf{x}}_n[n]]$. Sin embargo, al resolver el problema planteado en la ecuación 3.32.

$$\arg\min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x}\|_1 \quad sujeto\ a \quad \mathbf{y} = \Phi\mathbf{x} \tag{3.32}$$

Se obtiene el vector estimado en el dominio frecuencia para cada escenario $\widehat{\mathbf{X}}[k] = [\widehat{\mathbf{X}}_1[k],\ \widehat{\mathbf{X}}_2[k], \cdots, \widehat{\mathbf{X}}_n[k]]$ el cual se ilustra en las figuras 3.15, 3.16 y 3.17.

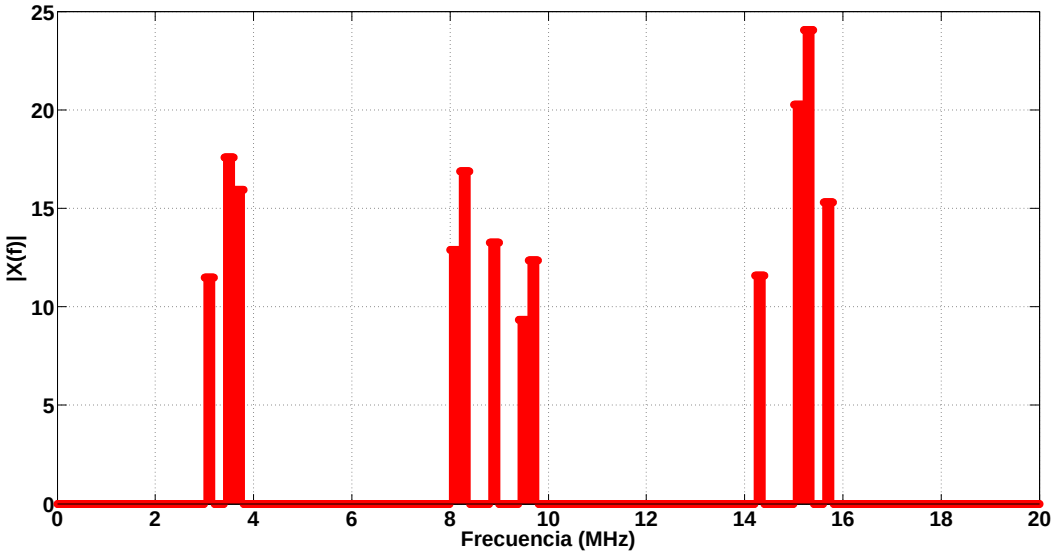

Figura 3.15. Espectro de la Señal Reconstruida - Escenario Simulación.

Definiendo a S_b como se indica en la ecuación 3.33, la cual representa la b-ésima sub-banda de la banda licenciada con $b = 1, 2, \ldots, K$

$$S_b = \sum_{c=(b-1)\frac{n}{K}}^{b\frac{n}{K}} \widehat{\mathbf{X}}_c[k] \tag{3.33}$$

sub-bandas a las cuales se aplican las hipótesis de detección mostradas en la ecuación 3.34.

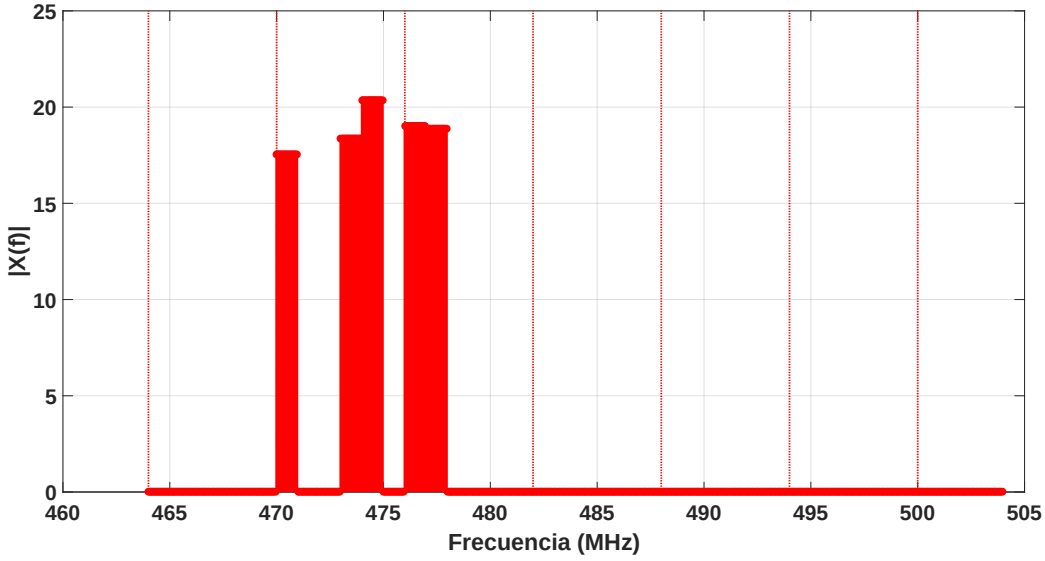

Figura 3.16. Espectro de la Señal Reconstruida - Escenario Real DVB-T2.

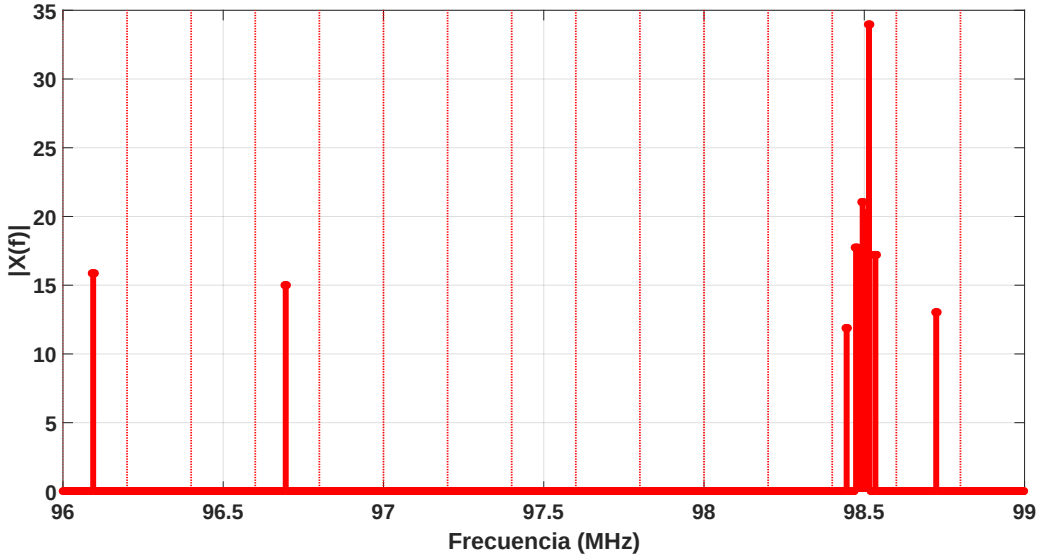

Figura 3.17. Espectro de la Señal Reconstruida - Escenario Real FM.

$$\begin{cases} H_0: & S_b > 0 \quad Canal\ Ocupado \\ H_1: & S_b = 0 \quad Canal\ Disponible \end{cases} \tag{3.34}$$

Las hipótesis de detección se plantean de esta manera dado que el proceso de estimación realizado para obtener la representación dispersa de la señal en la banda sensada permite obtener el vector disperso $\widehat{\mathbf{X}}[k]$, el cual solo tiene componentes diferentes de cero en aquellas posiciones en las cuales existen valores significativos de energía.

En el modelo propuesto en esta sección, la cantidad de mediciones m realizadas de la señal dispersa se aproxima a $m = O(k^2)$, donde se requiere garantizar que la relación $\frac{n}{m}$ sea entera.

3.5.6 Clasificación e Identificación

En el escenario de validación se considera la implementación de la función de sensado de espectro en un dispositivo individual de CR, lo cual hace que las decisiones se tomen de forma local y no cooperativa o colaborativa. De acuerdo con lo anterior, el proceso de identificación de espacios en blanco deriva en el desarrollo de un algoritmo que permita establecer la ocupación o no (presencia o no de energía) de cada sub-banda dentro del ancho de banda de $B\ Hz$ de acuerdo con la ecuación 3.34 aplicando la regla de Máximo A Posteriori y que se describe a continuación.

Para implementar el sensado de espectro de acuerdo con la ecuación 3.34 se propone el algoritmo que se ilustra en la tabla 3.5, donde los parámetros de entrada del algoritmo son: la matriz de sensado Φ, el vector de muestras del canal $\mathbf{y}$, el número de sub-bandas K y el tamaño del vector señal n (línea 1); el algoritmo propuesto retorna el vector de sub-bandas ocupadas y disponibles en la multibanda ch (línea 2); se utilizan una variable auxiliar, P_{sb} para almacenar la potencia por sub-banda de la multibanda (línea 3). El proceso de sensado de espectro inicia estimando el vector disperso de la señal en el dominio frecuencia $\widehat{\mathbf{X}}[k]$ (línea 5), posteriormente se calcula la potencia estimada por sub-banda (línea 7), finalmente se estima la presencia o no de señal en cada sub-banda (líneas 8 a 12).

1	**Entradas**: Φ, $\mathbf{y}$, K, n.
2	**Salida**: ch.
3	**Var**: P_{sb}.
4	**Inicio**
5	$\widehat{\mathbf{X}}[k] \leftarrow \arg\min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x}\|_1 \quad sujeto\ a \quad \mathbf{y} = \Phi\mathbf{x}$
6	**For** $i = 1$ **hasta** K
7	$P_{sb}(j) \leftarrow Suma(\widehat{\mathbf{X}}(cont\frac{n}{K})\ hasta \widehat{\mathbf{X}}((cont+1)\frac{n}{K}))$
8	**Si** $P_{sb}(j) > 0$ **luego**
9	$ch(j) \leftarrow 1$
10	**sino**
11	$ch(j) \leftarrow 0$
12	**Fin Si**
13	$cont = cont + 1$
14	**Fin For**
15	**Retorna**: ch

Tabla 3.5. Algoritmo de Sensado de Espectro de Banda Ancha

El proceso de estimación e identificación descrito anteriormente, permite identificar los WS presentes en el multibanda sensada. Los resultados del proceso se ilustran en las figuras 3.18, 3.19y 3.20.

3.5.7 Evaluación del Algoritmo

Para evaluar el desempeño del algoritmo de sensado de espectro propuesto, se utilizan como métricas la probabilidad de falsa alarma, la probabilidad de omisión de detección y la probabilidad de detección, analizadas en función de la cantidad de componentes recuperadas en la señal estimada mediante el algoritmo de reconstrucción propuesto y en función de la relación señal a ruido de la multibanda generada.

El ruido que como se indicaba con anterioridad, es de tipo blanco gaussiano generado de manera aleatoria con una distribución normal de media cero y varianza igual a la energía de símbolo sobre la relación señal a ruido (SNR) objetivo, de

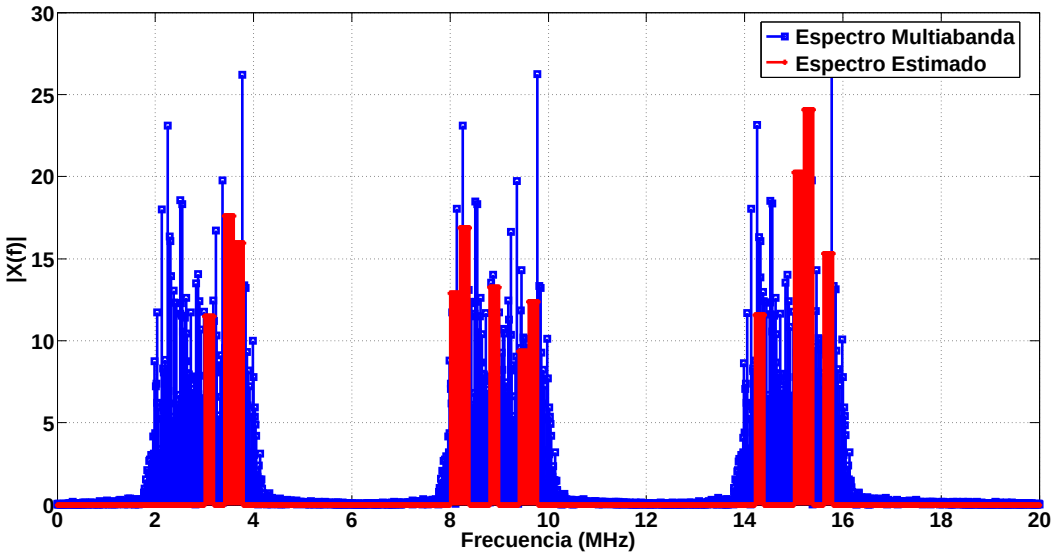

Figura 3.18. Espectro de la Señal Multibanda Simulada Contra Espectro de la Señal Reconstruida.

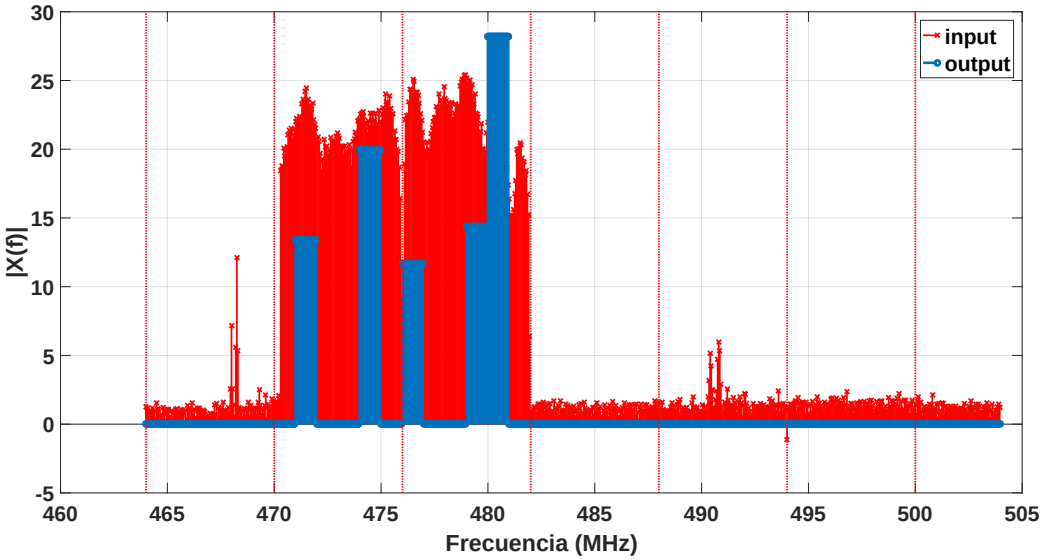

Figura 3.19. Espectro de la Señal Multibanda DVB-T2 Contra Espectro de la Señal Reconstruida.

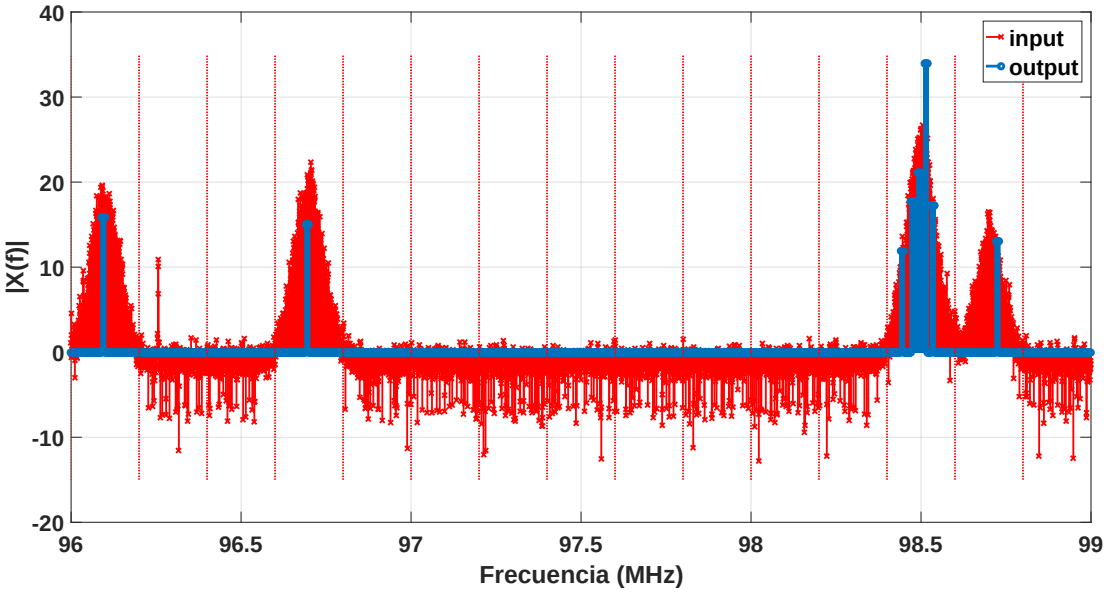

Figura 3.20. Espectro de la Señal Multibanda FM Contra Espectro de la Señal Reconstruida.

esta forma las curvas de las Figuras 3.21 y 3.22 se obtienen a partir de realizar 1000 corridas de simulación por punto (con el objetivo de reducir la varianza de los resultados de simulación) y un número de simulaciones equivalentes a la cantidad de puntos a graficar, variando en cada simulación (cada 1000 corridas) la SNR en pasos de 2 y la dispersión en pasos de 10.

En la figura 3.21 puede observarse que el número de componentes significativas a recuperar de la señal multibanda (iteraciones del algoritmo de estimación) en el escenario de simulación descrito es aproximadamente 180 para garantizar una probabilidad de detección aproximadamente igual a 1, donde se evidencia que la señal multibanda es una señal que no puede considerarse exactamente dispersa, ya que de ser dispersa, de acuerdo a la presunción bajo la cual se realiza el modelo de señal y del sistema, la cantidad de componentes significativas (iteraciones del algoritmo de estimación) que permitirían una recuperación cercana a la exacta de la señal sería de 6 componentes (iteraciones), así mismo, en la figura 3.21 se observa que la probabilidad de falsa alarma permanece en cero, debido a que las componentes recuperadas de la señal se encuentran en canales ocupados, pero no

necesariamente en cada uno de ellos hay componentes recuperadas, por lo tanto, el algoritmo de sensado propuesto siempre detectará de manera correcta los canales ocupados en los cuales el algoritmo detectó componente, pero aquellos ocupados en los cuales no se realizó detección de componente, el algoritmo propuesto lo estima como canal no ocupado, lo que deriva en una omisión de detección; de esta manera, en la medida que se ejecutan mayor cantidad de iteraciones del algoritmo, mayor cantidad de componentes son recuperadas (una componente por iteración), y por consiguiente, mayor posibilidad de que en cada canal ocupado existan componentes recuperadas y con ello, mayor probabilidad de detección y menor probabilidad de omisión de detección.

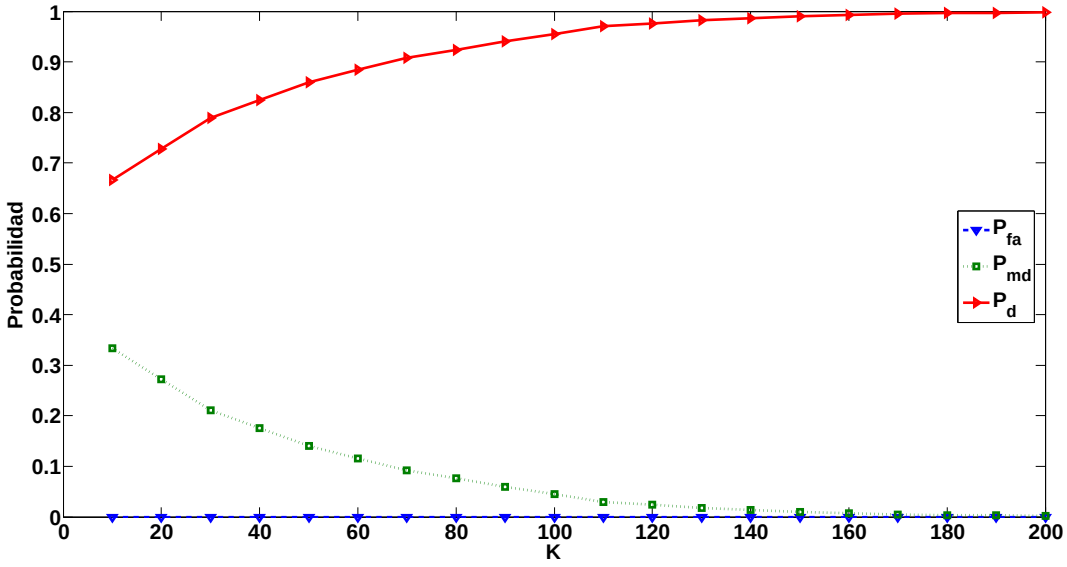

Figura 3.21. Probabilidades de Detección, Falsa Alarma y Omisión de Detección en Función del Número de Componentes Recuperado para SNR=30dB.

En la figura 3.22 se puede apreciar que el algoritmo alcanza un desempeño en el cual la probabilidad de detección es aproximadamente 1 para valores de SNR superiores a 5dB, para valores de SNR por debajo de 5dB, la probabilidad de omisión de detección es aproximadamente igual a 0 lo cual implica que en el escenario de Radio Cognitivo en general su desempeño será adecuado, evitando que un usuario cognitivo haga uso de una banda ocupada por un usuario primario en condiciones de baja SNR, a pesar de desaprovechar oportunidades espectrales dados los altos

valores de la probabilidad de falsa alarma.

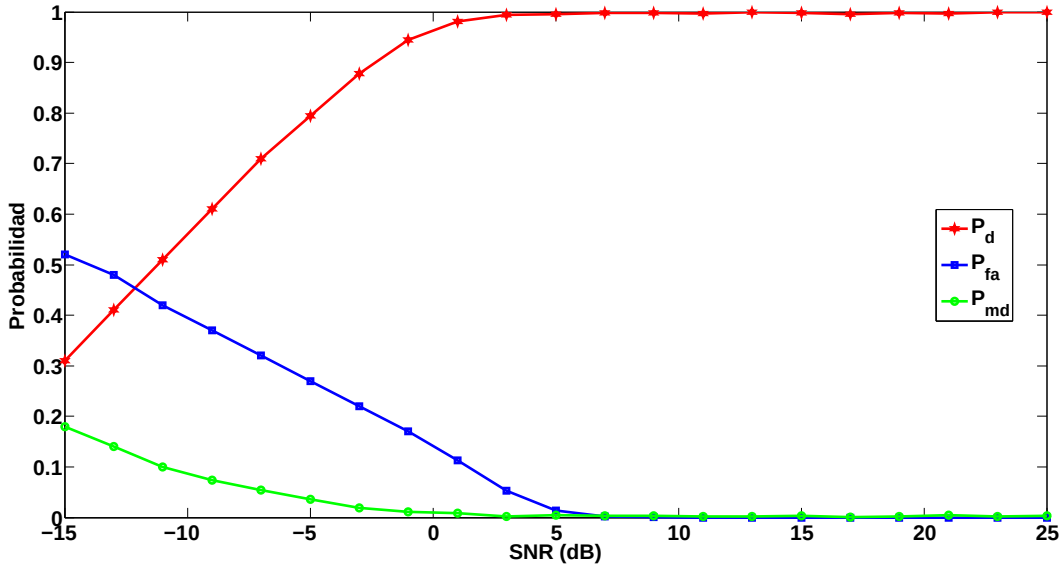

Figura 3.22. Probabilidades de Detección, Falsa Alarma y Omisión de Detección en Función de SNR para K=200.

3.6 Conclusión

En este capítulo se proponen dos marcos metodológicos, el primero para el desarrollo de algoritmos de sensado de espectro en sistemas de radio cognitivo y el segundo para el procesamiento de señales basada en sensado compresivo, los marcos metodológicos propuestos se validan mediante el desarrollo de un algoritmo de sensado de espectro de banda ancha basado en muestreo sub-nyquist, demostrándose que mediante las metodologías propuestas es posible realizar el desarrollo de la función de sensado de espectro de manera eficiente, garantizando abordar adecuadamente los retos prácticos impuestos por la función de sensado de espectro concebida en el escenario de radio cognitivo, así mismo se evidencia que la respuesta del algoritmo de sensado de espectro propuesto es acorde a los requerimientos funcionales de los sistemas de quinta y próxima generación. Lo anterior representa un aporte significativo para la evolución formal, sistémica y eficiente del proceso de desarrollo de algoritmos de sensado de espectro.

Capítulo 4

Sensado de Espectro de Banda Ancha Local Basado en Muestreo Sub-Nyquist

4.1 Introducción

Actualmente la demanda de servicios de comunicaciones inalámbricas ha crecido de manera exponencial lo cual ha producido que se hable de una saturación del espectro (Negrete, et al., 2013), situación que no necesariamente es correcta dado que existen bandas de frecuencias que están siendo sub-utilizadas (McHenry, et al., 2005), donde el ejemplo más evidente son las bandas asignadas para la prestación del servicio de televisión.

Por lo tanto, existen huecos espectrales también llamados espacios en blanco (sub-banda ocupada solo por ruido) que en algunos casos son permanentes, y en otros se producen en determinados momentos sobre algunas bandas de frecuencia, lo cual implica un dilema, por un lado, los usuarios de algunos servicios como los móviles no cuentan con la suficiente cantidad de espectro para transmitir, pero por otra parte, algunas bandas espectrales no se encuentran completamente en uso (McHenry, et al., 2005).

Es por ello que surge el concepto de Radio Cognitivo (CR), el cual fue propuesto por (Mitola, 1999), como una tecnología promisoria para explotar el espectro sub-utilizado de manera oportunista, permitiendo a los Usuarios Secundarios (SU – usuarios no licenciados, sin derechos de utilización del espectro) utilizar el espectro

asignado a los Usuarios Primarios (PU – usuarios licenciados y con derechos de utilización del espectro) cuando estos últimos no se encuentren activos.

Para hacer esto los SU requieren realizar de manera permanente el sensado de espectro, es decir, detectar la presencia o no de señal en el canal de comunicaciones; en este orden de ideas, el sensado de espectro es una función fundamental en CR, sin embargo, existen factores que hacen que el sensado de espectro sea un reto, algunos de ellos son: Relación Señal a Ruido (SNR), desvanecimiento multitrayecto, el ruido y la interferencia (que pueden presentar niveles variantes con el tiempo, lo cual genera incertidumbre en la detección) (Cabric, et al., 2004).

Para realizar la función de sensado de espectro, se han propuesto varios métodos, dentro de los cuales se encuentran, prueba de tasa de verosimilitud (LRT) (Kay, 1998), detección de energía (Sonnenschein y Fishman, 1992; Sahai y Cabric, 2005; Tandra y Sahai, 2005; Kay, 1998; Cabric, et al., 2006), filtraje adaptado (Sahai y Cabric, 2005; Kay, 1998; Cabric, et al., 2006; Chen, et al., 2007) y detección por características ciclo-estacionarias (Gardner, 1991; Gardner, et al., 1987; Han, et al., 2006) entre otros; cada método presenta ventajas y desventajas, por ejemplo, LRT se ha probado que es óptimo (Kay, 1998), sin embargo no es práctico debido a que requiere conocimiento exacto de la información del canal y de las distribuciones de probabilidad de la fuente de señal y de ruido; la detección por filtraje adaptado, requiere conocimiento perfecto de las características del canal y sincronización; el método basado en características ciclo-estacionarias, necesita conocimiento de las frecuencias cíclicas de los usuarios primarios y presenta una gran complejidad computacional (Sahai y Cabric, 2005); el método basado en detección de energía no requiere información a priori de la señal o del canal, presentando como ventaja una robustez frente al desvanecimiento, sin embargo, requiere conocimiento de la potencia de ruido, lo cual hace que malas estimaciones de la potencia de ruido conduzcan a limitaciones de eficiencia con baja SNR y altas probabilidades de falsa alarma (Sonnenschein y Fishman, 1992; Sahai y Cabric, 2005; Tandra y Sahai, 2005; Cabric, et al., 2006; Shellhammer y Tandra, 2006).

Tradicionalmente el sensado de espectro se realiza detectando la presencia de señal canal por canal (banda angosta) como se realiza en los métodos mencionados anteriormente, lo cual implica alta complejidad, alta latencia y bajas tasas de acceso

a canales disponibles. Una alternativa a este enfoque, es dividir una banda ancha de espectro (señal multibanda) en un gran número de canales o sub-bandas de banda angosta, los cuales son sensados simultáneamente, lo cual puede permitir disminuir la latencia y aumentar la velocidad de acceso a los canales disponibles; a este nuevo enfoque se lo denomina sensado de espectro de banda ancha (Sun, et al., 2013).

Sin embargo, el sensado de espectro de banda ancha requiere altas tasas de muestreo (iguales o mayores a la tasa de Nyquist) para digitalizar la señal, lo cual se traduce en procesar una gran cantidad de muestras que implican el incremento de la Complejidad Computacional (CC).

Buscando reducir la CC, se han propuesto varios métodos de sensado de espectro de banda ancha como el planteado por Mishali y Eldar (2011) donde se diseña un sistema de sensado de espectro de banda ancha basado en el Convertidor Modulador de Banda ancha (MWC), el cual muestrea la señal recibida a una tasa inferior a la tasa de Nyquist, y no requiere conocimiento a priori de información del canal o características de la señal. En (Mishali y Eldar, 2011) se puede evidenciar que los canales de banda estrecha que conforman una señal multibanda generalmente se encuentran parcialmente ocupados de manera simultánea, por lo cual señales inalámbricas multibanda se consideran dispersas en el dominio de la frecuencia, es aquí donde el Sensado Compresivo (CS) (Donoho, 2006), que se basa en el principio de dispersión, se vislumbra como un método efectivo para el procesamiento de señales multibanda inalámbricas a tasas inferiores a la tasa de Nyquist.

4.2 Formulación del Problema

En el contexto descrito anteriormente, uno de los principales retos que se enfrentan en CR es la implementación eficiente del sensado de espectro local de banda ancha minimizando la tasa de muestreo requerida, garantizando alta probabilidad de detección y bajas probabilidades de omisión de detección y falsa alarma. En el escenario de banda ancha, uno de los mayores problemas para realizar el sensado de espectro es el gran número de muestras a procesar cuando se realiza el muestreo de señales multibanda a tasa iguales o superiores a la tasa de Nyquist, generando

grandes tiempos de detección, altos consumos de energía y la necesidad de altas capacidades de procesamiento en los Dispositivos de Radio Cognitivo (CRDs). Se entiende por probabilidad de detección a aquella probabilidad de detección correcta de un espacio en blanco o de presencia de señal de un PU, por probabilidad de falsa alarma se entiende la probabilidad asociada a detectar señal de un PU cuando en el canal realmente hay un espacios en blanco y por probabilidad de omisión de detección se entiende aquella probabilidad asociada a detectar un espacio en blanco cuando en el canal hay presencia de señal de un PU; es por ello que en la literatura se encuentran múltiples alternativas para realizar el sensado de espectro local de banda ancha, la de mayor aceptación por su sencillez es la detección de energía de banda ancha propuesta por Olabiyi y Annamalai (2012a,b) sin embargo esta requiere de tasas de muestreo iguales o superiores a la tasa de Nyquist y presenta alta sensibilidad al ruido.

Por consiguiente, en busca de superar el reto indicado anteriormente, se plantea como principal aporte del presente capítulo el proponer dos algoritmos que permiten realizar la función de sensado de espectro de banda ancha minimizando la cantidad de muestras a procesar y que presentan un desempeño superior al obtenido en Olabiyi y Annamalai (2012a,b); esto genera un aporte significativo en la reducción de los tiempos de detección, los consumos de energía y de la complejidad computacional requerida para la implementación de CR, haciendo que el usuario cognitivo tenga una conciencia más amplia del espectro disponible permitiendo realizar de manera exitosa la Asignación Dinámica de espectro, y de esta manera pueda aprovechar una mayor cantidad de oportunidades espectrales y por lo tanto, alcanzar mayores tasas de transferencia de información o satisfacer las requeridas.

En este capítulo, para realizar la función de sensado de espectro local en CR, se proponen dos métodos, el primero de ellos está basado en la estimación de la estadística de segundo orden (matriz de covarianza) de la señal recibida a partir de las muestras sub-nyquist obtenidas de la señal multibanda usando CS; el segundo, realizado por CRDs de múltiples antenas, basado en muestreo sub-Nyquist uniforme en el dominio disperso y compleción de matrices.

4.3 Sensado de Espectro de Banda Ancha Local Basado en Muestreo Sub-Nyquist En Dispositivos de Única Antena

4.3.1 Modelo del Sistema

Considerando un dispositivo de CR de única antena que opera sobre una multibanda (licenciada) con un ancho de banda total de $B\ Hz$, el cual se encuentra dividido en k sub-bandas no traslapadas de igual ancho de banda b, equivalente a $B/k\ Hz$ por canal como se muestra en la figuras 4.1 y 4.2.

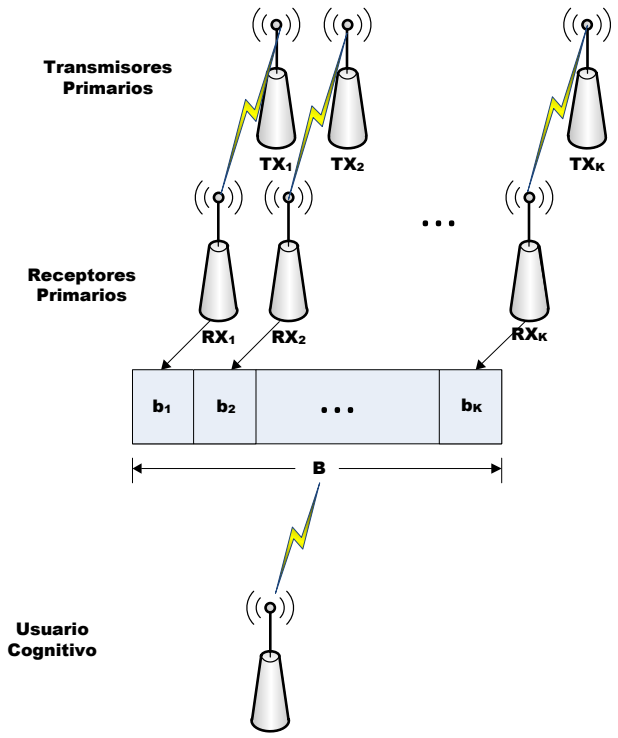

Figura 4.1. Escenario Sensado de Espectro de Banda Ancha con Usuario Cognitivo de Única Antena.

Asumiendo que las muestras de la señal multibanda son variables aleatorias independientes que siguen una distribución normal de media cero y varianza σ_s $(\mathcal{N}(0, \sigma_s))$, presunción que es válida para cualquier señal multibanda en la cual cada

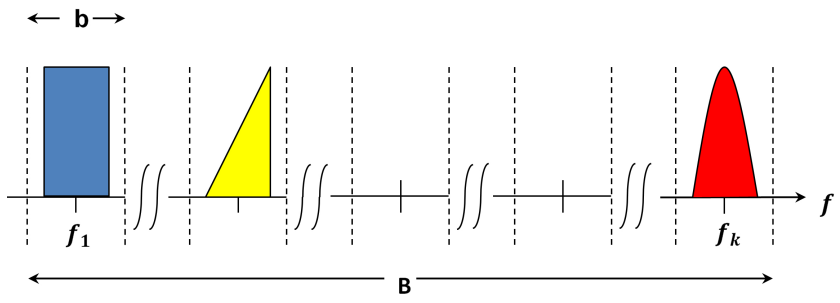

Figura 4.2. Señal Multibanda Genérica.

portadora de una sub-banda se modula independientemente por flujos de datos; y que las muestras de ruido en cada antena son variables aleatorias normalmente distribuidas, independientes, de media cero y varianza σ_n $(\mathcal{N}(0, \sigma_n))$, la señal recibida en la antena del dispositivo de CR puede expresarse como se indica en la ecuación 4.1.

$$\mathbf{x}_j(n) = \mathbf{h}_j \mathbf{s}_j(n) + \mathbf{w}_j(n) \tag{4.1}$$

donde $\mathbf{x}_j(n)$ es la n-ésima componente de la señal recibida por el SU en la j-ésima sub-banda con $j = 1, 2, .., k$, $\mathbf{h}_j$ representa la respuesta del canal en la j-ésima sub-banda, $\mathbf{s}_j(n)$ es la n-ésima componente de la señal transmitida por el j-ésimo PU sobre la j-ésima sub-banda y recibida por la antena del SU y $\mathbf{w}_j(n)$ es la n-ésima componente del ruido en la j-ésima sub-banda.

El problema de sensado de espectro en la j-ésima sub-banda puede formularse como un problema de comprobación de hipótesis estadística en el cual se debe escoger entre la hipótesis $\mathcal{H}_{0,j}$ la cual indica que la j-ésima sub-banda se encuentra disponible, y la hipótesis $\mathcal{H}_{1,j}$ la cual indica que la j-ésima sub-banda se encuentra ocupada, lo anterior puede expresarse de acuerdo a la ecuación 4.2.

$$y(k) = \begin{cases} \mathcal{H}_{0,j} : \ \mathbf{x}_j = \mathbf{w}_j \\ \mathcal{H}_{1,j} : \ \mathbf{x}_j = \mathbf{h}_j \mathbf{s}_j + \mathbf{w}_j \end{cases} \tag{4.2}$$

donde $\mathbf{x}_j \in \mathbb{R}_p$ es el vector de la señal recibida por el SU en la j-ésima sub-banda, con p igual a la cantidad de muestras tomadas por sub-banda, $\mathbf{w}_j \in \mathbb{R}_p$ es el vector

que representa las componentes de ruido blanco presente en la j-ésima sub-banda, $\mathbf{h}_j \in [0, 1]$ representa la respuesta del canal en la j-ésima sub-banda, finalmente $\mathbf{s}_j \in \mathbb{R}_p$ es el vector que representa la señal transmitida por el j-ésimo PU sobre la j-ésima sub-banda.

Para realizar la identificación de WS, el dispositivo de CR debe implementar el sensado de espectro mediante la ejecución de las funciones asociadas a cada uno de los bloques del diagrama que se muestra en la figura 4.3.

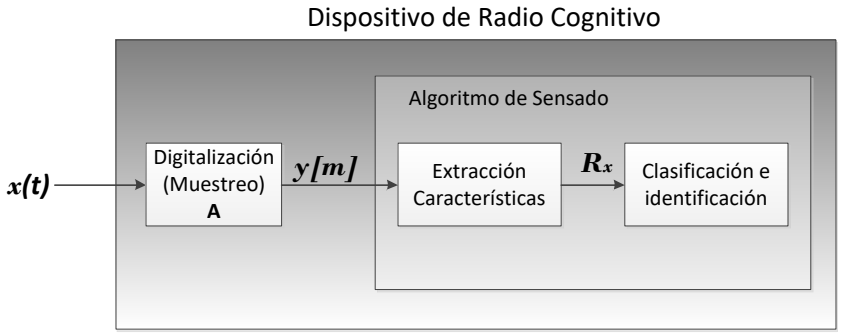

Figura 4.3. Diagrama en Bloques Función Sensado de Espectro Dispositivo de Radio Cognitivo.

donde $\mathbf{x}(t)$ representa la señal de banda ancha presente en el canal de comunicaciones en la banda del operador licenciado. Inicialmente, en el bloque de digitalización, la señal $\mathbf{x}(t)$ se muestrea con el RD, donde se implementa el muestreo mediante la matriz $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ obteniendo el vector de muestras $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$, con $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$. Posteriormente, el bloque de extracción de características permite obtener la matriz de covarianza de la señal $\mathbf{R}_x \in \mathbb{R}^{n \times n}$ a partir de la matriz de covarianza de las muestras $\mathbf{R}_y \in \mathbb{R}^{m \times m}$, donde $m < n$. Finalmente, en el bloque de clasificación se realiza la detección de WS basado en la matriz de covarianza estimada de la señal utilizando un criterio de máximo *a posteriori*.

4.3.2 Modelo de la Señal Presente en el Canal (Representación Dispersa de la Señal)

El modelo de señal utilizado es el planteado en la sección 3.5.3 del presente documento.

4.3.3 Pre-procesamiento y Digitalización de la Señal de RF (Toma de Medidas y Codificación Lineal)

El muestreo de la señal $\mathbf{x}(t)$ se realiza con el RD como se plantea e ilustra en la sección 3.5.4 del presente documento.

4.3.4 Extracción de Características y Estimación (Recuperación Dispersa o Decodificación no Lineal)

De la ecuación 3.30 se puede apreciar que al calcular la matriz de covarianza de las muestras $\mathbf{y}$ se tiene la relación dada por la ecuación 4.3.

$$\mathbf{R}_y = \mathbf{A}\mathbf{R}_x\mathbf{A}^T \tag{4.3}$$

siendo $\mathbf{R}_x$ la matriz de covarianza de la señal presente en el canal de comunicaciones de tamaño $n \times n$ y $\mathbf{R}_y$ la matriz de covarianza de las muestras tomadas con el RD de tamaño $m \times m$.

Por consiguiente, es posible a partir de la matriz de covarianza de las muestras obtener la matriz de covarianza de la señal en el canal y con ella realizar la operación de sensado de espectro de banda ancha identificando la energía presente en cada una de las k sub-bandas.

La función de sensado de espectro en este orden de ideas es posible realizarla mediante la identificación de los valores presentes en la diagonal principal de la matriz de covarianza estimada $\mathbf{R}_x$, los cuales cumplen la ecuación 4.4.

$$\mathbf{R}_x(i,i) = \begin{cases} 0 & : H_{0,j} \\ {\sigma_x}^2 & : H_{1,j} \end{cases} \tag{4.4}$$

donde ${\sigma_x}^2$ representa la potencia de la señal, luego, al identificar si se cumple la ecuación 4.5 se puede establecer la presencia de señal, lo que es igual a validar la hipótesis H_1:

$$\mathbf{R}_x(i,i) > 0 \tag{4.5}$$

Para obtener la matriz de covarianza de la señal en el canal $\mathbf{R}_x$ a partir de la matriz de covarianza de $\mathbf{R}_y$ se debe resolver el problema de optimización como se muestra en la ecuación 4.6:

$$\underset{\mathbf{R}_x}{\arg\min} \|\mathbf{R}_x\|_1 \quad sujeto\ a \quad \mathbf{R}_y = \mathbf{A}\mathbf{R}_x\mathbf{A}^T \tag{4.6}$$

La solución propuesta en la ecuación 4.6 es una modificación de OMP (*Orthogonal Matching Pursuit*) (Tropp y Gilbert, 2007) en la cual no se trabaja con vectores, motivo por el cual no se emplea el producto Kronecker sino que se trabaja directamente en forma matricial como se ilustra en la sección 4.3.6.

4.3.5 Clasificación e Identificación

La identificación de la ocupación o no de cada sub-banda se realiza en dos etapas: 1.) se decide la ocupación preliminar o no en función de la energía presente en cada sub-banda de acuerdo con la matriz de covarianza de la señal. 2.) Se toma la decisión de ocupación final de la multibanda de acuerdo al promedio de ocupación asociada a las decisiones preliminares obtenidas para cada sub-banda.

Para realizar la detección de energía para cada sub-banda (etapa 1), se compara la energía de la señal recibida con un umbral de detección (umbral igual a 0 aprovechando las características de la matriz de covarianza de la señal recuperada), decidiendo de esta forma la ocupación o no de una sub-banda. Por lo tanto la energía presente en cada sub-banda puede calcularse de acuerdo a la ecuación 4.7.

$$\mathcal{E}_j(f) = |\mathbf{h}_j|^2 \sum_{S_{bj}} |\widehat{\mathbf{X}}[f]|^2 \tag{4.7}$$

donde $\mathcal{E}_j$ representa la energía en la sub-banda j-ésima sobre una secuencia de N muestras, S_{bj} representa la sub-banda j-ésima, $\mathbf{h}_j$ representa la respuesta del canal en la j-ésima sub-banda y $\widehat{\mathbf{X}}[f]$ representa la señal estimada en la multibanda. Luego, si la energía en la sub-banda j-ésima es mayor al umbral de decisión $\mathcal{T}_{hj}$ ($\mathcal{E}_j > \mathcal{T}_{hj}$) la decisión tomada es $H_{1,j}$ (sub-banda ocupada) en caso contrario se decide $H_{0,j}$ (sub-banda libre - WS).

Las probabilidades de detección P_{dj}, omisión de detección $P_m d_j$ y falsa alarma P_{f_j} en la sub-banda j-ésima se definen como se indica en las ecuaciones 4.8, 4.9 y 4.10, cuyos cálculos se presentan en el apéndice B.

$$P_d = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{Q[\frac{\mathcal{T}_{hj} - (SNR_j + N){\sigma_{nj}}^2}{\sqrt{2(2SNR_j + N){\sigma_{nj}}^4}}]\} \tag{4.8}$$

$$P_{md} = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hj} - (SNR_j + N){\sigma_{nj}}^2}{\sqrt{2(2SNR_j + N){\sigma_{nj}}^4}}]\} \tag{4.9}$$

$$P_f = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{Q[\frac{\mathcal{T}_{hj} - 2N{\sigma_{nj}}^2}{\sqrt{2N{\sigma_{nj}}^4}}]\} \tag{4.10}$$

4.3.6 Algoritmo Propuesto

La idea es realizar la reconstrucción de la matriz de covarianza $\mathbf{R}_x$ a partir de la representación de la matriz de covarianza $\mathbf{R}_y$ como la suma ponderada de la menor cantidad posible de productos externos de las columnas de la matriz $\mathbf{A}$, ya que la matriz de sensado $\mathbf{A}$ al cumplir con RIP de orden k garantiza que sus columnas permitan generar el espacio de la señal $\mathbf{x}$, una vez estimada la matriz de covarianza $\mathbf{R}_x$, se verifica en que sub-bandas definidas en la multibanda existen componentes recuperadas, lo que permite identificar las sub-bandas ocupadas y las disponibles. Para realizar tanto la estimación de la matriz de covarianza de la señal a partir de la matriz de covarianza de las mediciones como el sensado de espectro es importante calcular la cantidad K de componentes significativas de la señal multibanda que permitan realizar una detección correcta con una probabilidad mayor o igual a 0.95, esta cantidad de componentes significativas representa la cantidad de iteraciones que debe realizar el algoritmo de estimación de covarianza; en la figura 4.4

se muestran resultados de simulación para la estimación del valor K para diferentes valores de B, b y factor de submuestreo ($\frac{n}{m}$).

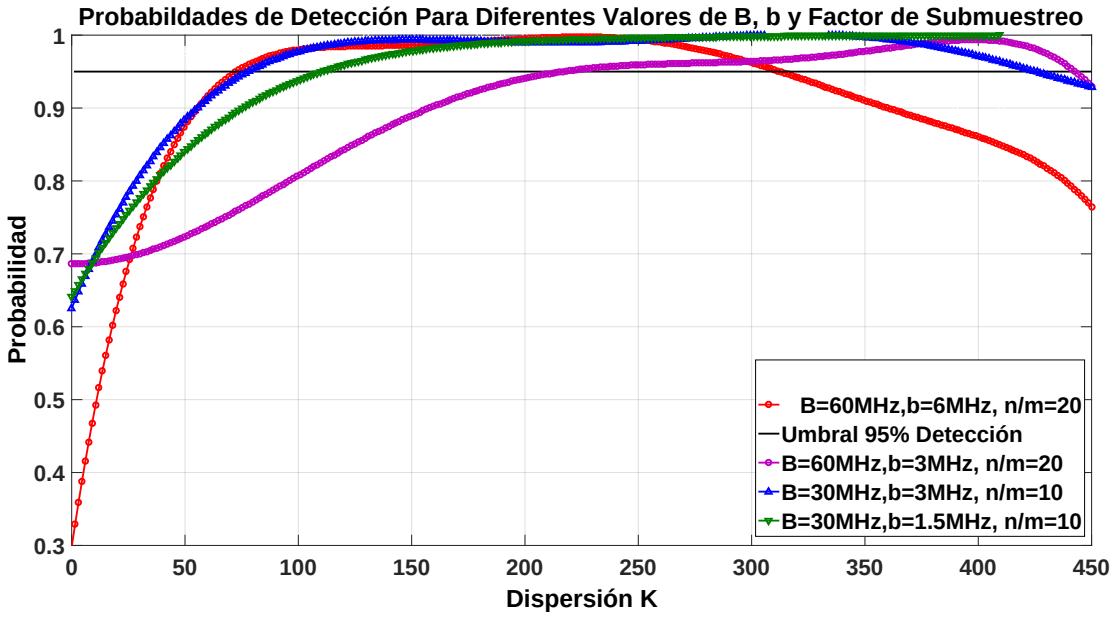

Figura 4.4. Probabilidad de Detección Para Diferentes Valores de B, b y Factor de Sub-Muestreo.

Como se aprecia en la figura 4.4, los resultados experimentales permiten establecer la relación existente entre el número de componentes significativas de la señal multibanda con el ancho de banda total de la multibanda B, el ancho de banda de cada sub-banda (canal) b y el factor de sub-muestreo $\frac{n}{m}$ como se indica en la ecuación 4.11.

$$K = \frac{nB}{mb} \tag{4.11}$$

Descripción del Algoritmo de Estimación de la Estadística de Segundo Orden de la Señal en el Canal

Para realizar el proceso de estimación de la matriz de covarianza de la señal en el canal, y resolver el problema planteado en la ecuación 4.6, se propone el algoritmo

de Estimación de Covarianza de la tabla 4.1 en el cual, los parámetros de entrada son: la matriz de sensado $\mathbf{A}$, el vector de muestras del canal $\mathbf{y}$ y la cantidad de iteraciones K (línea 1); el algoritmo propuesto retorna la matriz de covarianza estimada de la señal en el canal ($\widehat{\mathbf{R}}_x$) (línea 2); para realizar el proceso de estimación, se requiere utilizar dos variables auxiliares, la primera de ellas $(\mathbf{i}, \mathbf{j})$ para evitar la re-selección de productos externos, estas coordenadas $(\mathbf{i}, \mathbf{j})$ guardan los índices de los productos externos que pueden seleccionarse (línea 4); la segunda, $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ para almacenar los residuos producidos una vez se han removido los productos externos seleccionados de $\mathbf{R}_y$ (línea 3). Inicialmente $\mathbf{R}$ se hace igual $\mathbf{R}_y$ (línea 6) y la variable $(\mathbf{i}, \mathbf{j})$ se inicia con todas las posibles combinaciones de índices de productos externos de las columnas de la matriz de sensado (línea 7); el algoritmo se ejecuta de manera iterativa en K ocasiones (línea 8), seleccionando el producto externo que mejor se adapta al residuo (línea 9), excluyendo de los índices los correspondientes al producto externo seleccionado (línea 10) y calcula los pesos asociados a cada producto externo seleccionado a través de mínimos cuadrados (línea 11); posteriormente se actualiza el residuo de acuerdo a los productos externos seleccionados y pesos asociados (línea 12), dando paso a la siguiente iteración; finalmente, la matriz de covarianza estimada ($\widehat{\mathbf{R}}_x$) es aquella en la cual todas sus entradas son cero excepto en las K entradas que corresponden a los productos externos seleccionados, entradas a las cuales se asigna el valor de los pesos calculados (línea 15).

En el algoritmo ilustrado en la tabla 4.1, se tiene que la matriz de sensado $\mathbf{A}$ puede representarse como $\mathbf{A} = (\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \cdots, \mathbf{a}_n)$, donde $\mathbf{a}_i$ es la i-esima columna de $\mathbf{A}$, de esta manera se pueden definir los productos externos $\mathbf{P}_{i,j} = \mathbf{a}_i \mathbf{a}_j^T$ permitiendo representar la covarianza de las muestras como la suma ponderada de productos externos de acuerdo con la ecuación 4.12.

$$\mathbf{R}_y = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} z_{i,j} \mathbf{P}_{i,j} \tag{4.12}$$

1	**Entradas**: $\mathbf{A}$, $\mathbf{y}$, K.
2	**Salida**: $\widehat{\mathbf{R}}_x$.
3	**Var**: $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{m \times n}$. % Residuo.
4	$(\mathbf{i}, \mathbf{j})$ % Coordenadas Productos Externos.
5	**Inicio**
6	$\mathbf{R} \leftarrow \mathbf{R}_y$
7	$(\mathbf{i}, \mathbf{j}) \leftarrow \{(1,1),(1,2),\cdots(n,n)\}$
8	**For** $t = 1$ **hasta** K
9	$(i_t, j_t) \leftarrow \underset{(i',j') \in (\mathbf{i},\mathbf{j})}{\arg\max} \frac{\lvert\langle \mathbf{R}, \mathbf{P}_{i',j'} \rangle\rvert}{\lVert \mathbf{P}_{i',j'} \rVert_2}$
10	$(\mathbf{i}, \mathbf{j}) \leftarrow (\mathbf{i}, \mathbf{j}) / (i_t, j_t)$
11	$\widehat{\mu} \leftarrow \underset{\mu}{\arg\min} \lVert \mathbf{R}_y - \sum_{t'=1}^{t} \widehat{\mu}_{t'} \mathbf{P}_{i',j'} \rVert_2$
12	$\mathbf{R} \leftarrow \mathbf{R}_y - \sum_{t'=1}^{t} \mu_{\mathbf{t}'} \mathbf{P}_{i',j'}$
13	**Fin For**
14	**For** $t = 1$ **hasta** K
15	$\widehat{\mathbf{z}}_{i_t,j_t} \leftarrow \widehat{\mu}_t$
16	**Fin For**
17	**Retorna**: $\widehat{\mathbf{R}}_x = \widehat{\mathbf{Z}}$

Tabla 4.1. Algoritmo de Estimación Estadística Segundo Orden Señal

Descripción del Algoritmo de Sensado de Espectro de Banda Ancha Propuesto

Para implementar el sensado de espectro de acuerdo con la ecuación 4.5 se propone el algoritmo que se ilustra en la tabla 4.2, donde los parámetros de entrada del algoritmo son: la matriz de sensado $\mathbf{A}$, el vector de muestras del canal $\mathbf{y}$, el ancho de banda total de la multibanda $\mathbf{B}$, el ancho de banda de cada sub-banda $\mathbf{b}$, el tamaño del vector de muestras m y el tamaño del vector señal n (línea 1); el algoritmo propuesto retorna el vector de sub-bandas ocupadas y disponibles en la multibanda $\mathbf{ch}$ (línea 2); se utilizan dos variables auxiliares, $\mathbf{p}_{sb}$ para almacenar la potencia por sub-banda de la multibanda (línea 3) y $\mathbf{p}_c$ (línea 4) que almacena la potencia de cada componente de la señal. El proceso de sensado de espectro inicia calculando el número de sub-bandas en la multibanda (línea 7) y el número

de componentes significativas de la multibanda (línea 8), posteriormente, se estima la matriz de covarianza mediante la función $EstimacionCovarianza$ ilustrada en la tabla 4.1 (línea 9), posteriormente se obtiene el vector de la diagonal principal de la matriz de covarianza estimada (línea 11) que representa la potencia de las componentes estimadas de la señal, luego, se calcula la potencia estimada por sub-banda (línea 13), para finalmente estimar la presencia o no de señal en cada sub-banda (líneas 14 a 17).

1	**Entradas**: $\mathbf{A}$, $\mathbf{y}$, m, n, B, b.
2	**Salida**: $\mathbf{ch}$.
3	**Var**: $\mathbf{p}_{sb}$ % Potencia por Sub-banda
4	$\mathbf{p}_c$ % Potencia por Componente
5	**Inicio**
6	$Cont = 0$
7	$k = \frac{B}{b}$
8	$K = k\frac{n}{m}$
9	$\mathbf{R}_x \leftarrow EstimacionCovarianza(\mathbf{A}, \mathbf{y}, K)$
10	**For** $i = 1$ **hasta** n
11	$\mathbf{p}_c \leftarrow \mathbf{R}_x(i, i)$
12	**For** $j = 1$ **hasta** k
13	$\mathbf{p}_{sb}(j) \leftarrow Suma(\mathbf{p}_c(Cont\frac{n}{k})\ hasta\ \mathbf{p}_c((Cont+1)\frac{n}{k}))$
14	**Si** $\mathbf{p}_{sb}(j) > 0$ **luego**
15	$\mathbf{ch}(j) \leftarrow 1$
16	**sino**
17	$\mathbf{ch}(j) \leftarrow 0$
18	**Fin Si**
19	$Cont = Cont + 1$
20	**Fin For**
21	**Fin For**
22	**Retorna**: $\mathbf{ch}$

Tabla 4.2. Algoritmo de Sensado de Espectro de Banda Ancha

4.3.7 Evaluación del Desempeño

En esta sección se analiza el desempeño del algoritmo propuesto en un escenario en el cual se presenta una señal multibanda compuesta por seis canales de 3.3 MHz cada uno, los cuales son ocupados de manera aleatoria con distribución uniforme, el objetivo es evaluar las condiciones bajo las cuales el algoritmo presenta un desempeño adecuado para el sensado de espectro, en comparación con el desempeño que presenta el algoritmo de detección secuencial de energía que funciona a tasas de muestreo iguales o superiores a la tasa de Nyquist.

Escenario y Parámetros de Simulación

En la implementación de la simulación del algoritmo de sensado de espectro de banda ancha propuesto, se genera una señal multibanda de acuerdo con los parámetros de simulación que se muestran en la tabla 4.3.

Resultados de Simulación, Métricas, Caracterización y Comparación

Para evaluar el desempeño del algoritmo de sensado de espectro propuesto, se utilizan como métricas la probabilidad de falsa alarma, la probabilidad de omisión de detección y la probabilidad de detección, analizadas en función de la cantidad de componentes recuperadas en la señal estimada mediante el algoritmo de reconstrucción propuesto y en función de la relación señal a ruido de la multibanda generada, asi como las curvas de la Característica Operacional del Receptor (ROC), comparadas con las métricas obtenidas del algoritmo de detección de energía secuencial (Olabiyi y Annamalai, 2012a,b) y los algoritmos basados en sensado compresivo (Haque, et al., 2015; Sun, et al., 2015; Wang, et al., 2015); los resultados obtenidos se muestran en las figuras 4.5 a 4.8.

En la figura 4.5 puede observarse que el número de componentes significativas a recuperar de la señal multibanda (iteraciones del algoritmo de estimación) en el escenario de simulación descrito es aproximadamente 180 para garantizar una probabilidad de detección aproximadamente igual a 1, donde se evidencia que la señal multibanda es una señal que no puede considerarse exactamente dispersa,

Parámetro	Valor
Generación Señal Multibanda	
Ancho Banda Multibanda	$20MHz$
Modulación Señal Canal	$16QAM$
Tasa de Símbolos	$2Msps$
Factor Roll Off Filtro Tx	0.5
Tasa Muestreo Nyquist	$40MHz$
Número Muestras Multibanda (Nyquist)	2000
Frecuencias Portadoras	$3\ MHZ$ $6\ MHZ$ $9\ MHZ$ $12\ MHZ$ $15\ MHZ$ $18\ MHZ$
Muestreador Sub-Nyquist	
Número de Muestras Entrada	2000
Número de Muestras Salida	100
Algoritmo de Sensado de Banda Ancha	
Número de Iteraciones	K

Tabla 4.3. Parámetros de Simulación

ya que de ser dispersa, de acuerdo a la presunción bajo la cual se realiza el modelo de señal y del sistema, la cantidad de componentes significativas (iteraciones del algoritmo de estimación) que permitirían una recuperación cercana a la exacta de la señal sería de 6 componentes (iteraciones), en la figura 4.5 puede observarse que la probabilidad de falsa alarma permanece en cero, de acuerdo a que las componentes recuperadas de la señal se encuentran en canales ocupados, pero no necesariamente en cada uno de ellos hay componentes recuperadas, por lo tanto, el algoritmo de sensado propuesto siempre detectará de manera correcta los canales ocupados en los cuales el algoritmo detectó componente, pero aquellos ocupados en los cuales no se realizó detección de componente, el algoritmo propuesto lo estima como canal no ocupado, lo que deriva en una omisión de detección; de esta

manera, en la medida que se ejecutan mayor cantidad de iteraciones del algoritmo, mayor cantidad de componentes son recuperadas (una componente por iteración), y por consiguiente, mayor posibilidad de que en cada canal ocupado existan componentes recuperadas y con ello, mayor probabilidad de detección y menor probabilidad de omisión de detección.

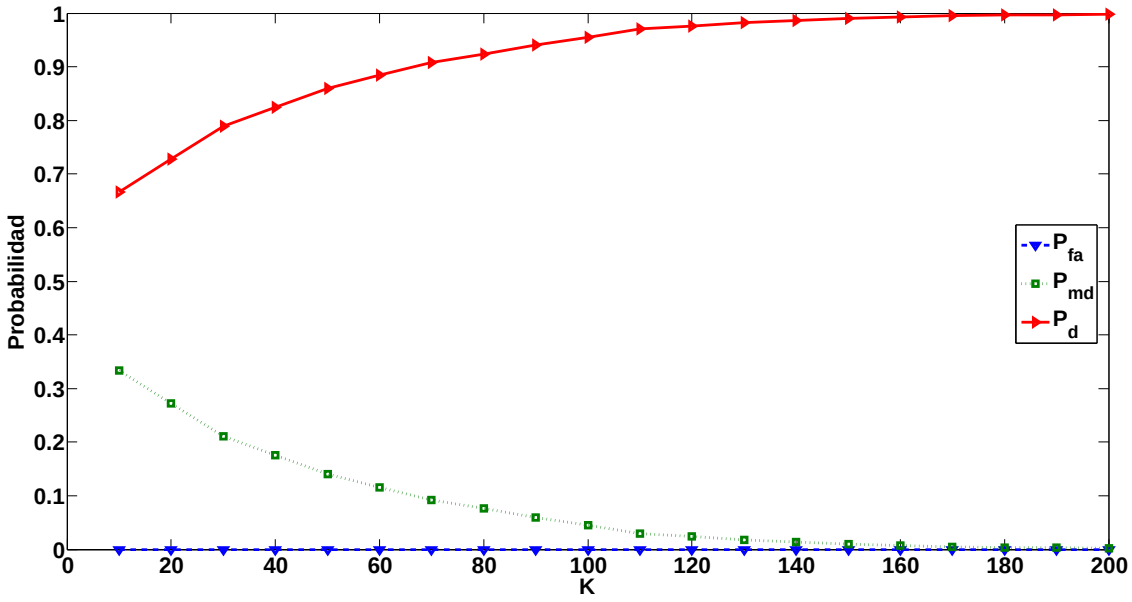

Figura 4.5. Probabilidades de Detección, Falsa Alarma y Omisión de Detección en Función del Número de Componentes Recuperado para SNR=30dB.

En la figura 4.6 puede observarse el desempeño algoritmo propuesto, en función de la SNR, evaluado en términos de la probabilidad de detección, probabilidad de falsa alarma y probabilidad de omisión de detección; donde se evidencia que el algoritmo propuesto presenta una ventaja significativa para valores de SNR por debajo de 0dB, dado que como se aprecia, la probabilidad de omisión de detección se mantiene en valores significativamente bajos, lo cual implica que en el escenario de CR en general su desempeño será el deseado, evitando que un usuario cognitivo haga uso de una banda ocupada por un usuario primario en condiciones de baja SNR.

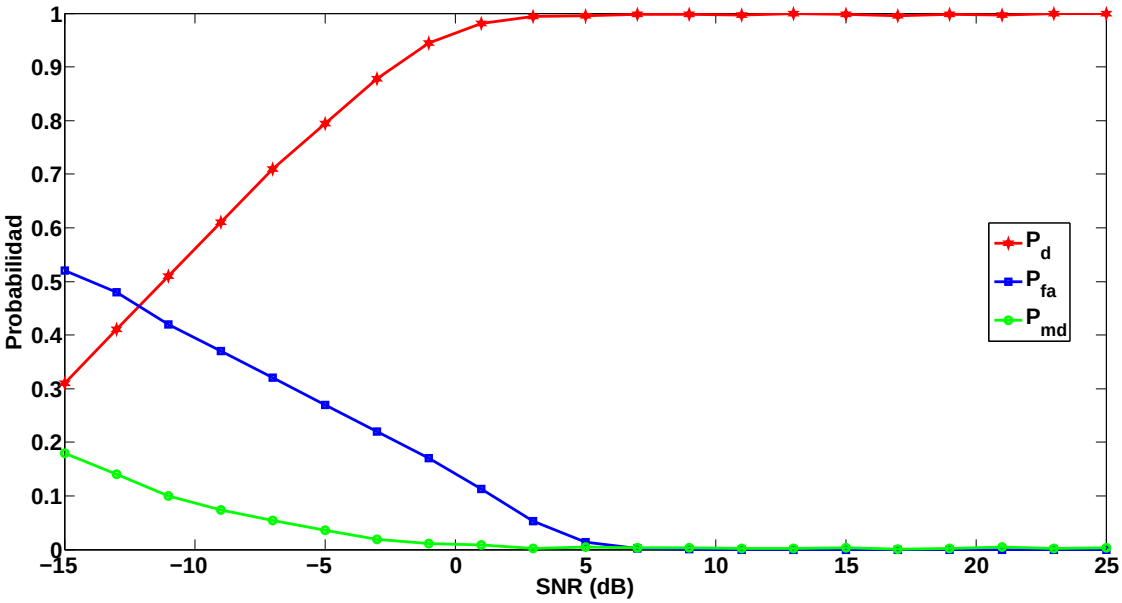

Figura 4.6. Probabilidades de Detección, Falsa Alarma y Omisión de Detección en Función de SNR.

En la figura 4.7 se observa el desempeño del algoritmo propuesto contra el desempeño de los otros algoritmos indicados anteriormente; en la figura se puede apreciar que el desempeño de los algoritmos en (Olabiyi y Annamalai, 2012a,b; Haque, et al., 2015; Sun, et al., 2015; Wang, et al., 2015) es inferior al alcanzado por el algoritmo propuesto, en la 4.7 se aprecia que la probabilidad de detección para el algoritmo propuesto es aproximadamente igual a 1 para valores de SNR superiores a 0dB, mientras los demás algoritmos alcanzan esa probabilidad de detección para valores superiores de SNR. Por lo tanto, en la figura 4.7 se puede apreciar que el desempeño del algoritmo propuesto mejora significativamente el desempeño de los otros algoritmos particularmente en condiciones de baja SNR (SNR menores a 5dB) ya que la probabilidad de detección es mayor a la obtenida por los demás algoritmos con los cuales se hace el comparativo.

En la figura 4.8 puede observarse que el mejor desempeño en términos de las curvas de ROC es el correspondiente al algoritmo propuesto, esto debido a que el área bajo la curva del algoritmo propuesto es la mayor, lo cual indica la capacidad del algoritmo propuesto de identificar acertadamente los WS. Como se aprecia de

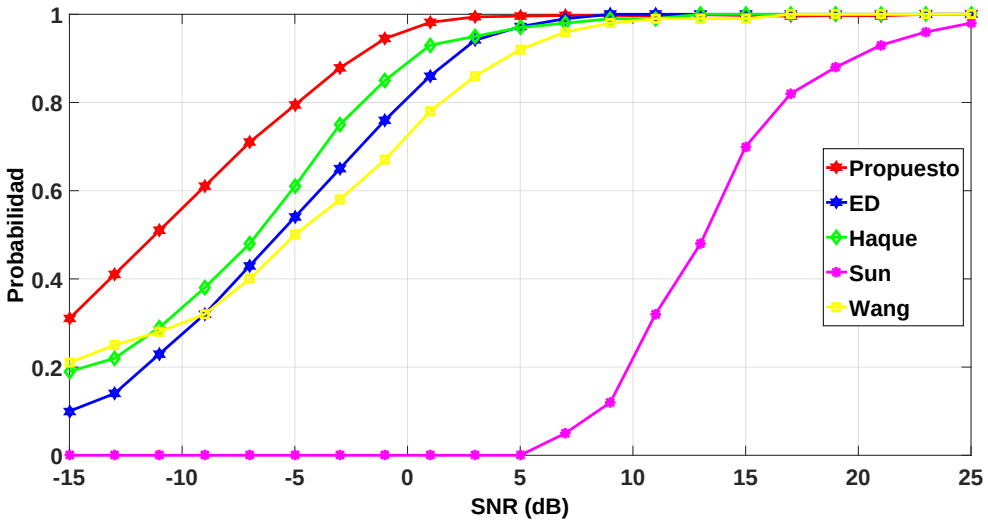

Figura 4.7. Comparativo Probabilidad de Detección Para Diferentes Valores de SNR.

igual manera en la figura 4.8, el algoritmo con peor desempeño es el presentado por Sun, et al. (2015), ya que la curva ROC indica una probabilidad de 0.5 de realizar una detección correcta de los WS. Considerando que los resultados ilustrados en la Fig. 8 corresponden a las curvas ROC de los 5 algoritmos contrastados a una SNR de 1dB, se evidencia de nuevo que el algoritmo propuesto mejora significativamente el desempeño de los otros algoritmos en condiciones de baja SNR.

Análisis de Complejidad Computacional

La complejidad computacional del algoritmo propuesto puede analizarse en tres etapas. La primera etapa corresponde al sub-muestreo realizado con el RD, en el cual se requieren una cantidad de Km multiplicaciones escalares (Mishali, et al., 2011). La segunda etapa en la cual se realiza el cálculo de la matriz de covarianza de las muestras, la cual se obtiene a partir de m^2 multiplicaciones escalares, luego se efectúa la reconstrucción de la matriz de covarianza de la señal, en el algoritmo descrito en la tabla 4.1 se puede identificar que la operación de proyección se encuentra limitada por $O(mn^2)$ dado que $m < n$, la operación de selección del mejor producto externo tiene complejidad $O(n^2)$ ya que existen n^2 productos externos, la

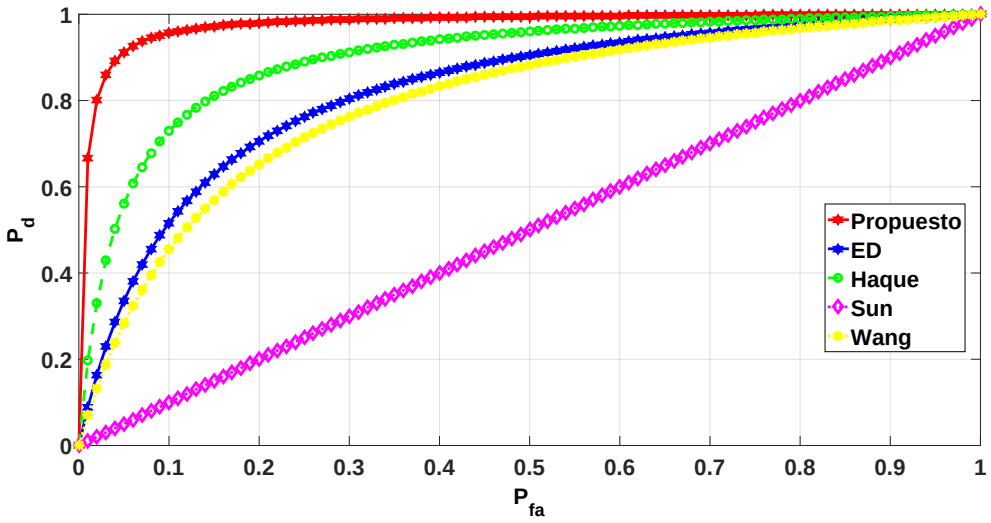

Figura 4.8. Comparativo Curvas ROC para SNR = 1dB.

operación de selección de pesos tiene complejidad $O(m^2)$ ya que la mayor cantidad de operaciones la representa el producto de matrices de tamaño $(m \times m)$ del producto interno asociado al problema de optimización de mínimos cuadrados y finalizando esta etapa se encuentra la operación de actualización del residuo, la cual presenta complejidad $O(K^2)$; en conclusión, dado que la máxima complejidad de las operaciones realizadas en esta etapa es la asociada a la operación de proyección, luego la complejidad de la etapa completa es $O(mn^2)$. La tercera y última etapa es la correspondiente a la consolidación del sensado, en el cual, como se ilustra en la tabla 4.2 la operación de la estimación de la covarianza de la señal (etapa 2) presenta complejidad $O(mn^2)$, posteriormente las líneas 10 a 22 de la tabla 4.2 tienen complejidad $7k + 3n + 1$ y dado que $n \gg k$ puede definirse la complejidad como $O(n)$, con lo cual, se define como complejidad de la tercera etapa $O(mn^2)$.

En síntesis, la complejidad computacional de las tres etapas que conforman el método propuesto, será la máxima complejidad de las 3 etapas anteriores $O(mn^2) = max[Km, O(mn^2), O(mn^2)]$.

4.4 Sensado de Espectro de Banda Ancha Local Basado en Muestreo Sub-Nyquist En Dispositivos de Múltiples Antenas

Buscando mejorar el desempeño del SS de banda ancha basado en muestreo Sub-Nyquist en términos del gran número de muestras a procesar cuando se realiza el muestreo de señales multibanda a tasa iguales o superiores a la tasa de Nyquist, generando grandes tiempos de detección, altos consumos de energía y la necesidad de altas capacidades de procesamiento en los CRDs, se propone explotar la diversidad espacial en CRDs multiantena.

Los sistemas de múltiples antenas son ampliamente utilizados en la actualidad dada su eficacia en múltiples aspectos como incremento de la capacidad y mejor desempeño en canales con desvanecimiento (Goldsmith, 2005). De hecho, el uso de este tipo de sistemas en CR es uno de los posibles enfoques para el sensado de espectro explotando las observaciones realizadas en el dominio espacial y se ha propuesto en (Pandharipande y Linnartz, 2007; Wang, et al., 2010; Pourgharehkhan, et al., 2015; Li, et al., 2015). En (Pandharipande y Linnartz, 2007), los autores han demostrado la eficiencia del sensado de espectro en sistemas de múltiples antenas basado en detección de energía (ED) comparado con el caso de única antena. En (Wang, et al., 2010), se propone una prueba generalizada de máxima verosimilitud para realizar el sensado de espectro en sistemas de múltiples antenas. En este caso la señal del PU se asume como una señal determinista no conocida y evalúa el desempeño del algoritmo propuesto en canal gausiano. En (Pourgharehkhan, et al., 2015), se estudia el problema de sensado de espectro en sistemas con múltiples antenas asumiendo correlación entre canales de diferentes antenas bajo incertidumbre de calibración del arreglo de antenas, el cual presenta desempeños similares a los obtenidos por sistemas calibrados incluso a SNRs bajas. En (Li, et al., 2015), se estudia el problema de sensado de espectro en sistemas con múltiples antenas basado en el mayor valor propio de la señal en un escenario en el cual el PU transmite a múltiples valores de potencia, identificando de manera inicial la presencia de PU y luego detectando el nivel de potencia de operación, evaluando su desempeño. En general, los mecanismos de sensado de espectro mencionados anteriormente se implementan utilizando algoritmos que realizan la digitalización de la señal a

tasas iguales o superiores a la tasa de Nyquist, por lo tanto, como se indicaba anteriormente, las plataformas hardware que soportarán los algoritmos de sensado requerirán altas capacidades de procesamiento (Mishali, et al., 2011).

4.4.1 Modelo del Sistema

Considerando un dispositivo multi-antena de CR que opera sobre una multibanda (licenciada) con un ancho de banda total de $B\ Hz$, el cual se encuentra dividido en k sub-bandas no traslapadas de igual ancho de banda b, equivalente a $\frac{B}{k}\ Hz$ por canal como se muestra en la figura 4.9.

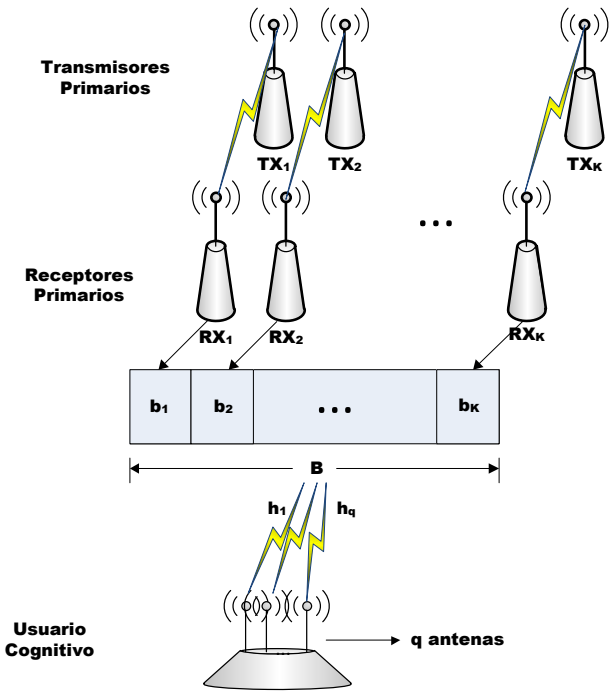

Figura 4.9. Escenario Sensado de Espectro de Banda Ancha con Usuario Cognitivo de Múltiples Antenas.

Asumiendo que las muestras de la señal multibanda son variables aleatorias independientes que siguen una distribución normal de media cero y varianza σ_s, presunción que es válida para cualquier señal multibanda en la cual cada portadora de

una sub-banda se modula independientemente por flujos de datos; y que las muestras de ruido en cada antena son variables aleatorias normalmente distribuidas, independientes, de media cero y varianza σ_n, la señal recibida en la q-ésima antena puede expresarse como se indica en la ecuación 4.13:

$$\mathbf{X}_{i,j}(n) = \mathbf{h}_{i,j}\mathbf{s}_i(n) + \mathbf{W}_{i,j}(n) \tag{4.13}$$

donde $\mathbf{X}_{i,j}(n)$ es la n-ésima componente de la señal recibida por el SU en la j-ésima sub-banda con $j = 1, 2, \cdots, k$ y en la i-ésima antena con $i = 1, 2, \cdots, q$, $\mathbf{h}_(i, j)$ representa la respuesta del canal en la j-ésima sub-banda y en la i-ésima antena, $\mathbf{s}_i(n)$ es la n-ésima componente de la señal transmitida por el j-ésimo PU sobre la j-ésima sub-banda y recibida por la i-ésima antena del SU y $\mathbf{W}_(i, j)(n)$ es la n-ésima componente del ruido en la j-ésima sub-banda y en la i-ésima antena.

El problema de sensado de espectro en la j-ésima sub-banda puede formularse como un problema de comprobación de hipótesis estadística en el cual se debe escoger entre la hipótesis $H_{0,j}$ la cual indica que la j-ésima sub-banda se encuentra disponible, y la hipótesis $H_{1,j}$ la cual indica que la j-ésima sub-banda se encuentra ocupada, lo anterior puede expresarse de acuerdo a la ecuación 4.14.

$$\begin{cases} \mathcal{H}_{0,j} : \ \mathbf{X}_j = \mathbf{W}_j \\ \mathcal{H}_{1,j} : \ \mathbf{X}_j = \mathbf{h}_j\mathbf{s}_j^* + \mathbf{W}_j \end{cases} \tag{4.14}$$

donde $\mathbf{X}_j \in \mathbb{R}^{q\times p}$ es la matriz de la señal recibida por el SU en la j-ésima sub-banda, con q igual a la cantidad de antenas en el receptor cognitivo y p igual a la cantidad de muestras tomadas en cada antena por sub-banda, $\mathbf{W}_j \in \mathbb{R}^{q\times p}$ es la matriz que representa las componentes de ruido blanco presente en la j-ésima sub-banda, $\mathbf{h}_j \in \mathbb{R}^{q\times 1}$ es el vector que representa la respuesta del canal en la j-ésima sub-banda, finalmente $\mathbf{s}_j^* \in \mathbb{R}^{1\times p}$ es el vector que representa la señal transmitida por el j-ésimo PU sobre la j-ésima sub-banda, donde el superíndice $*$ denota transpuesto.

Para realizar la identificación de WS, el dispositivo de CR debe implementar el sensado de espectro mediante la ejecución de las funciones asociadas a cada uno de los bloques del diagrama que se muestra en la figura 4.10.

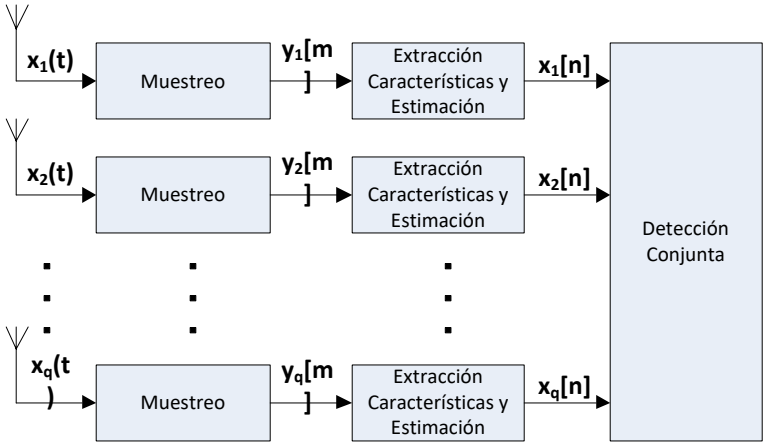

Figura 4.10. Diagrama en Bloques Función Sensado de Espectro Dispositivo de Radio Cognitivo de Múltiples Antenas.

donde $\mathbf{x}_q(t)$ representa la señal de banda ancha presente en la q-ésima antena del CRD y presente en el canal de comunicaciones en la banda del operador licenciado.

Inicialmente, en el bloque de muestreo, la señal $\mathbf{x}_q(t)$ se muestrea con el RD, donde se implementa el muestreo mediante la matriz $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ obteniendo el vector de muestras $\mathbf{y}_q \in \mathbb{R}^m$, con $\mathbf{y}_q = \mathbf{A}\mathbf{x}_q$. Posteriormente, el bloque de extracción de características permite obtener la estimación de la señal $\mathbf{x}_q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mediante el algoritmo CoSamp (Needell y Tropp, 2010). Finalmente, en el bloque de clasificación se realiza la detección de WS basado en la energía presente en cada sub-banda mediante regla OR.

4.4.2 Modelo de la Señal Presente en el Canal (Representación Dispersa de la Señal)

El modelo de señal utilizado es el planteado en la sección 3.5.3 del presente documento.

4.4.3 Pre-procesamiento y Digitalización de la Señal de RF (Toma de Medidas y Codificación Lineal)

El muestreo de la señal $\mathbf{x}(t)$ se realiza con el RD como se plantea e ilustra en la sección 3.5.4 del presente documento.

4.4.4 Extracción de Características y Estimación (Recuperación Dispersa o Decodificación no Lineal)

La característica de la señal que se utiliza para realizar la operación de sensado de espectro es la energía por sub-banda, razón por la cual, el enfoque utilizado se basa en la estimación de la señal dispersa presente en la multibanda sensada. El enfoque natural, desde el cual se aborda el problema de estimación es encontrar la solución dispersa de $\mathbf{y}_i = \mathbf{A}\mathbf{x}_i$, resolviendo el problema de optimización planteado en la ecuación 4.15.

$$\underset{\mathbf{x}_i}{\arg\min} \|\mathbf{x}_i\|_0 \quad sujeto\ a \quad \mathbf{y}_i = \mathbf{A}\mathbf{x}_i \tag{4.15}$$

Sin embargo el problema planteado en la ecuación 4.15 es un problema combinatorio el cual en general es NP-Hard (Natarajan, 1995), y el simple hecho de trabajar con todos los soportes de cardinalidad k se convierte en un problema computacional intratable, al reemplazar la norma ℓ_0 por la norma ℓ_1 el problema se convierte en el planteado en la ecuación 4.16.

$$\underset{\mathbf{x}_i}{\arg\min} \|\mathbf{x}_i\|_1 \quad sujeto\ a \quad \mathbf{y}_i = \mathbf{A}\mathbf{x}_i \tag{4.16}$$

Para resolver el problema planteado en la ecuación 4.16 se utiliza el algoritmo CoSamp propuesto en (Needell y Tropp, 2010), obteniendo de esta manera la estimación $\widehat{\mathbf{x}}_i$ de la señal presente en el canal a partir de las muestras $\mathbf{y}_i$.

4.4.5 Clasificación e Identificación

La identificación de la ocupación o no de cada sub-banda se realiza en dos etapas: 1.) se decide la ocupación preliminar o no, en función de la energía presente en

cada sub-banda de la señal estimada en cada antena. 2.) Se toma la decisión conjunta de ocupación final por sub-banda de acuerdo a aplicación de regla OR entre las decisiones preliminares obtenidas para cada antena.

Para realizar la detección de energía para cada sub-banda y para cada antena (etapa 1), se compara la energía de la señal recibida con un umbral de detección, decidiendo de esta forma la ocupación de una sub-banda. Por lo tanto la energía presente en cada sub-banda puede calcularse de acuerdo a la ecuación 4.17.

$$\mathcal{E}_{i,j}(f) = |\mathbf{h}_i|^2 \sum_{S_{bi,j}} |\widehat{\mathbf{X}}_i[f]|^2 \tag{4.17}$$

donde $\mathcal{E}_{i,j}$ representa la energía en la sub-banda j-ésima de la i-ésima antena sobre una secuencia de N muestras, $S_{bi,j}$ representa la sub-banda j-ésima de la i-ésima antena, $\mathbf{h}_i$ representa la respuesta del canal en la i-ésima antena y $\widehat{\mathbf{X}}_i[f]$ representa la señal estimada en la i-ésima antena. Luego, si la energía en la sub-banda j-ésima de la i-ésima antena es mayor al umbral de decisión $\mathcal{T}_{hi,j}$ ($\mathcal{E}_{i,j} > \mathcal{T}_{hi,j}$) la decisión tomada es $H_{1,j}$ (sub-banda ocupada) en caso contrario se decide $H_{0,j}$ (sub-banda libre - WS).

Las probabilidades de detección P_{dj}, omisión de detección $P_m d_j$ y falsa alarma P_{f_j} en la sub-banda j-ésima se definen como se indica en las ecuaciones 4.18, 4.19 y 4.20, cuyos cálculos se presentan en el apéndice B.

$$P_d = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{1 - \prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - (SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2(2SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^4}}])\} \tag{4.18}$$

$$P_{md} = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{\prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - (SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2(2SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^4}}])\} \tag{4.19}$$

$$P_f = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{1 - \prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - 2N{\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2N{\sigma_{ni,j}}^4}}])\} \tag{4.20}$$

4.4.6 Algoritmo Propuesto

Para implementar el sensado de espectro de acuerdo con proceso descrito en las secciones 4.4.1 a 4.4.5 se propone el algoritmo que se ilustra en la tabla 4.4, donde

los parámetros de entrada del algoritmo son: la matriz de sensado $\mathbf{A}$, la matriz de muestras del canal $\mathbf{Y}$, el ancho de banda total de la multibanda $\mathbf{B}$, el ancho de banda de cada sub-banda $\mathbf{b}$, el tamaño del vector de muestras m y el tamaño del vector señal n (línea 1); el algoritmo propuesto retorna el vector de sub-bandas ocupadas y disponibles en la multibanda $\mathbf{ch}$ (línea 2); se utiliza la variable auxiliar, $\mathbf{p}_{sb}$ para almacenar la potencia por sub-banda de la multibanda (línea 3). El proceso de sensado de espectro inicia calculando el número de sub-bandas en la multibanda (línea 7) y el número de componentes significativas de la multibanda (línea 8), posteriormente, se estima la matriz de covarianza mediante la función $EstimacionSenal$ utilizando el algoritmo de reconstrucción de CS propuesto en (Needell y Tropp, 2010) (línea 10), posteriormente se calcula la potencia estimada por sub-banda por antena (líneas 13 a 21), finalmente se estima la presencia o no de señal en cada sub-banda utilizando la regla OR (líneas 22 a 24).

4.4.7 Evaluación del Desempeño

En esta sección se analiza el desempeño del algoritmo propuesto en un escenario en el cual se presenta una señal multibanda compuesta por seis canales de 3.3 MHz cada uno, los cuales son ocupados de manera aleatoria con distribución uniforme, el objetivo es evaluar las condiciones bajo las cuales el algoritmo presenta un desempeño adecuado para el sensado de espectro, en comparación con el rendimiento de los algoritmos de sensado de espectro de banda estrecha en sistemas de múltiples antenas que digitalizan la señal a la tasa de Nyquist (Pandharipande y Linnartz, 2007; Wang, et al., 2010; Pourgharehkhan, et al., 2015; Li, et al., 2015) y con los algoritmos de detección de espectro de banda ancha en los sistemas de antena individuales basados en CS (Olabiyi y Annamalai, 2012a,b; Haque, et al., 2015; Sun, et al., 2015; Wang, et al., 2015).

Escenario y Parámetros de Simulación

En la implementación de la simulación del algoritmo de sensado de espectro de banda ancha propuesto, se genera una señal multibanda de acuerdo con los parámetros de simulación que se muestran en la tabla 4.5.

1	**Entradas**: $\mathbf{A}$, $\mathbf{Y}$, m, n, B, b.
2	**Salida**: $\mathbf{ch}$.
3	**Var**: $\mathbf{p}_{sb}$ % Potencia por Sub-banda
4	**Inicio**
5	$Cont1 = 0$
6	$Cont2 = 1$
7	$k = \frac{B}{b}$
8	$K = k\frac{n}{m}$
9	**For** $i = 1$ **hasta** q
10	$\mathbf{X}(Cont2, i) \leftarrow EstimacionSenal(\mathbf{A}, \mathbf{Y}(Cont2, i), K)$
11	$Cont2 = Cont2 + 1$
12	**Fin For**
13	**For** $j = 1$ **hasta** k
14	$\mathbf{p}_{sb}(j, Cont1 + 1) \leftarrow Suma(\mathbf{X}(Cont1 + 1), (Cont1\frac{n}{k})\ hasta\ \mathbf{X}((Cont1 + 1), (Cont1 + 1)\frac{n}{k}))$
15	**Si** $\mathbf{p}_{sb}(j, Cont1 + 1) > 0$ **luego**
16	$\mathbf{ch}_{sb}(j, Cont1 + 1) \leftarrow 1$
17	**sino**
18	$\mathbf{ch}_{sb}(j, Cont1 + 1) \leftarrow 0$
19	**Fin Si**
20	$Cont1 = Cont1 + 1$
21	**Fin For**
22	**For** $l = 1$ **hasta** k
23	$\mathbf{ch}(l) = \mathbf{ch}_{sb}(l, 1)\ or\ \mathbf{ch}_{sb}(l, 2)\ or\ \cdots\ or\ \mathbf{ch}_{sb}(l, q)$
24	**Fin For**
25	**Retorna**: $\mathbf{ch}$

Tabla 4.4. Algoritmo de Sensado de Espectro de Banda Ancha CRDs de Múltiples Antenas

Resultados de Simulación, Métricas, Caracterización y Comparación

Para evaluar el desempeño del algoritmo de sensado de espectro propuesto, se utilizan como métricas la probabilidad de falsa alarma, la probabilidad de omisión de detección y la probabilidad de detección, analizadas en función de la cantidad de componentes recuperadas en la señal estimada mediante el algoritmo de reconstrucción propuesto y en función de la relación señal a ruido de la multibanda generada, así como las curvas de la Característica Operacional del Receptor (ROC), comparadas con las métricas obtenidas de los algoritmos propuestos en (Pandharipande y Linnartz, 2007; Wang, et al., 2010; Pourgharehkhan, et al., 2015; Li, et al., 2015; Olabiyi y Annamalai, 2012a,b; Haque, et al., 2015; Sun, et al., 2015; Wang, et

Parámetro	Valor
Generación Señal Multibanda	
Ancho Banda Multibanda	$20MHz$
Modulación Señal Canal	$16QAM$
Tasa de Símbolos	$2Msps$
Factor Roll Off Filtro Tx	0.5
Tasa Muestreo Nyquist	$40MHz$
Número Muestras Multibanda (Nyquist)	2000
Frecuencias Portadoras	$3\ MHZ$ $6\ MHZ$ $9\ MHZ$ $12\ MHZ$ $15\ MHZ$ $18\ MHZ$
Muestreador Sub-Nyquist	
Número de Muestras Entrada	2000
Número de Muestras Salida	100
Algoritmo de Sensado de Banda Ancha	
Número de Antenas en el CDR	2

Tabla 4.5. Parámetros de Simulación

al., 2015); los resultados obtenidos se muestran en las figuras 4.11 a 4.15..

En la figura 4.11 se observa el desempeño del algoritmo propuesto contra el desempeño de los algoritmos de sensado de espectro multiantena (Pandharipande y Linnartz, 2007; Wang, et al., 2010; Pourgharehkhan, et al., 2015; Li, et al., 2015) y del detector de energía secuencial (Olabiyi y Annamalai, 2012a,b), basados en muestreo Nyquist. Así mismo se muestra el desempeño del algoritmo propuesto contra otros algoritmos basados en sensado compresivo (Haque, et al., 2015; Sun, et al., 2015; Wang, et al., 2015); en la figura se puede apreciar que el desempeño de los algoritmos en (Olabiyi y Annamalai, 2012a,b; Haque, et al., 2015; Sun, et al., 2015; Wang, et al., 2015) es inferior al alcanzado por el algoritmo propuesto, en función de la probabilidad de detección, de la misma forma se aprecia la probabilidad

de detección para el algoritmo propuesto es aproximadamente igual a 1 para valores de SNR superiores a $0dB$, obteniendo solo mejores desempeños los algoritmos propuestos en (Pourgharehkhan, et al., 2015), del cual el resultado ilustrado es el mejor obtenido para el caso de 4 antenas, 100 muestras consecutivas a la tasa de Nyquist por antena, y (Li, et al., 2015), del cual el resultado ilustrado es el mejor obtenido para el caso de 4 antenas y correlación espacial entre antenas igual a 0.3; sin embargo, tanto en (Pourgharehkhan, et al., 2015) como en (Li, et al., 2015) se realiza el sensado de espectro de banda angosta en sistemas de múltiples antenas que operan a tasas de muestreo iguales o superiores a la tasa de Nyquist.

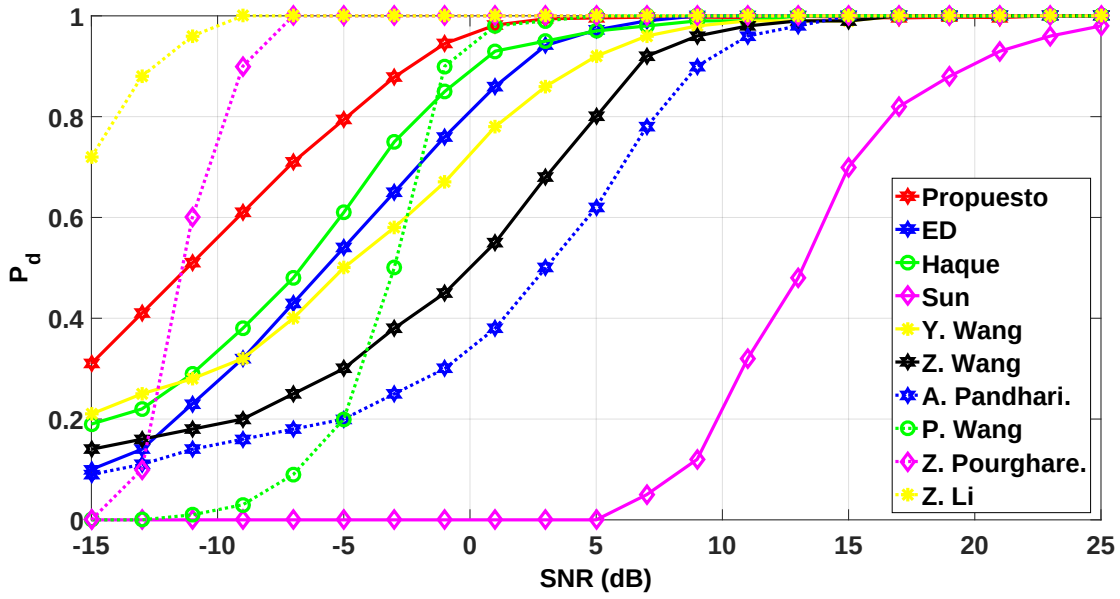

Figura 4.11. Desempeño Algoritmo WideBand Compressive Sensing Propuesto (Sub-bandas=6, Antenas=2, Sub-muestreo=20) vs Otros Algoritmos en Función de SNR.

En la figura 4.12 puede observarse que el mejor desempeño en términos de las curvas de ROC es el correspondiente al algoritmo propuesto, esto debido a que el área bajo la curva del algoritmo propuesto es la mayor, lo cual indica la capacidad del algoritmo propuesto de identificar acertadamente los WS. Como se aprecia de igual manera en la figura 4.12, el algoritmo con peor desempeño es el presentado en Sun, et al. (2015), ya que la curva ROC indica una probabilidad de 0.5 de re-

alizar una detección correcta de los WS. Considerando que los resultados ilustrados en la figura 4.12 corresponden a las curvas ROC de los algoritmos contrastados a una SNR de 1dB, se evidencia de nuevo que el algoritmo propuesto mejora significativamente el desempeño de los otros algoritmos en condiciones de baja SNR, nuevamente exceptuando los propuestos en (Pourgharehkhan, et al., 2015) y (Li, et al., 2015) con las configuraciones descritas anteriormente, que presentan la desventaja del sensado de banda estrecha a tasas de muestreo iguales o superiores a la tasa de Nyquist..

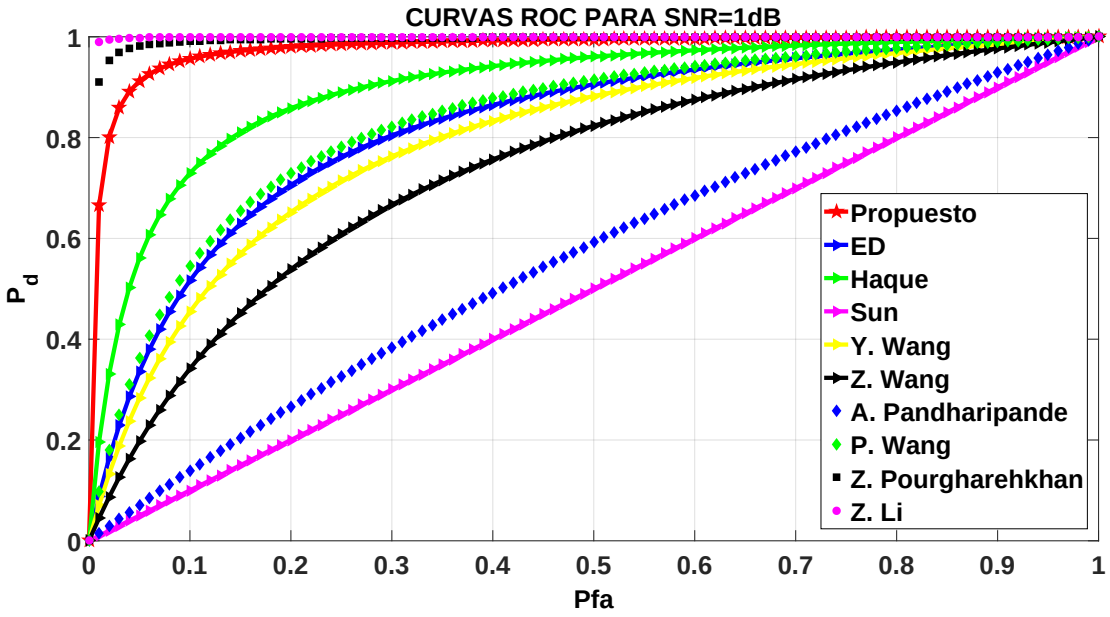

Figura 4.12. Curvas ROC para SNR = 1dB (Sub-bandas=6, Antenas=2, Sub-muestreo = 20).

En la figura 4.13 se ilustra el desempeño del algoritmo propuesto en función de la probabilidad de detección contra la SNR de acuerdo al número de antenas en el CRD. Aquí puede apreciarse que en la medida que el CRD presenta mayor cantidad de antenas receptoras, la SNR a la cual se alcanza una probabilidad de detección aproximadamente igual a uno disminuye, alcanzándose el desempeño objetivo en CR para el estándar 802.22 con una cantidad aproximada de 20 antenas. Así mismo se observa que se mejora el desempeño cuando el CDR incorpora la tecnología MIMO Masivo propuesta para los sistemas móviles e inalámbricos de

próxima generación (50 o más antenas)..

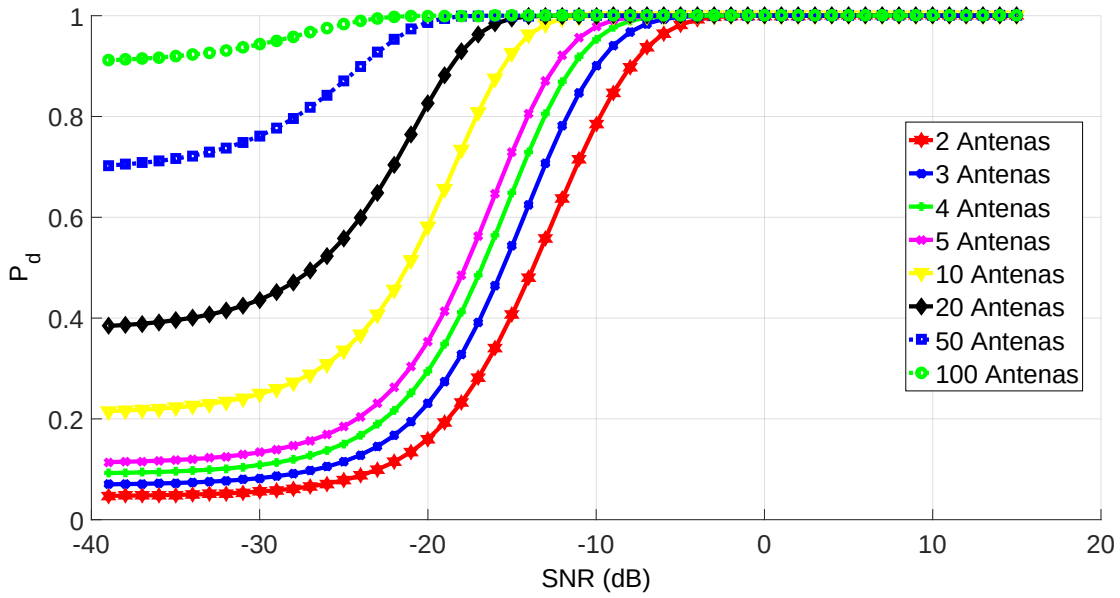

Figura 4.13. Probabilidad de Detección Contra SNR en Función del Número de Antenas del CDR (Sub-bandas=6, Sub-muestreo=10).

En la figura 4.14 se muestra el desempeño del algoritmo propuesto en función de la probabilidad de detección contra la SNR de acuerdo al número de sub-bandas definidas en la multibanda sensada. En esta, es posible evidenciar que en la medida que existe una mayor cantidad de sub-bandas en la multibanda, disminuye el desempeño del algoritmo.

En la figura 4.15 se puede evidenciar el impacto que tiene el factor de sub-muestreo en el desempeño del algoritmo. En esta figura se puede apreciar que a menor factor de sub-muestreo, mejor es el desempeño del algoritmo propuesto; alcanzándose una probabilidad de detección aproximadamente igual a 1 para una SNR de $-3dB$ con un factor de sub-muestreo igual a 10, en un escenario donde la multibanda está conformada por 12 sub-bandas y el CRD tiene 2 antenas.

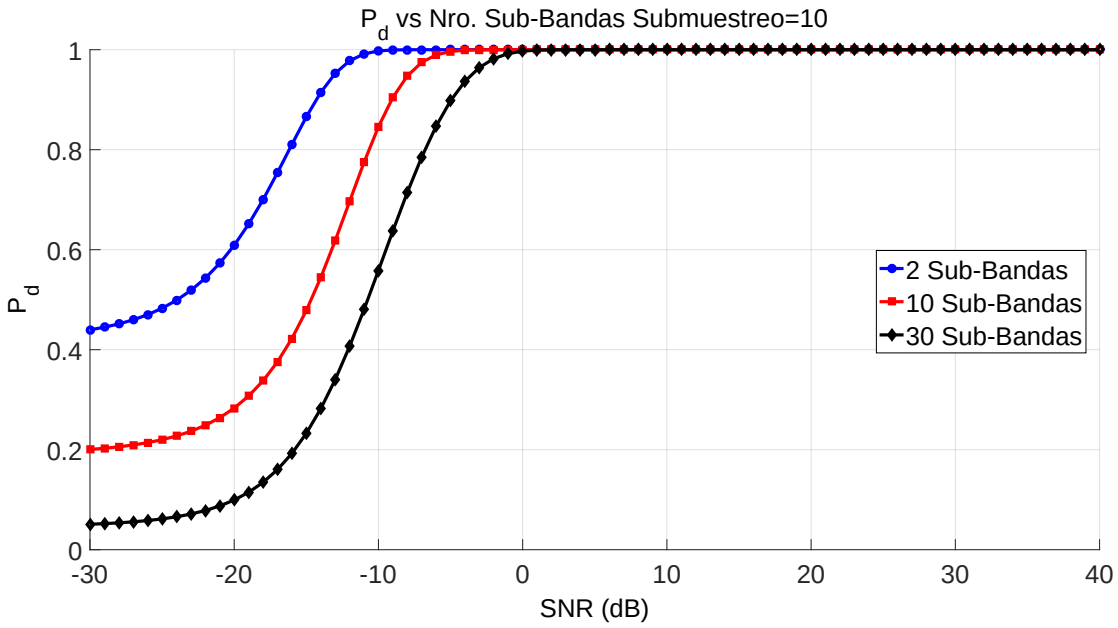

Figura 4.14. Probabilidad de Detección Contra SNR en Función del Número de Sub-Bandas en la Multibanda (Antenas=3, Sub-muestreo=10).

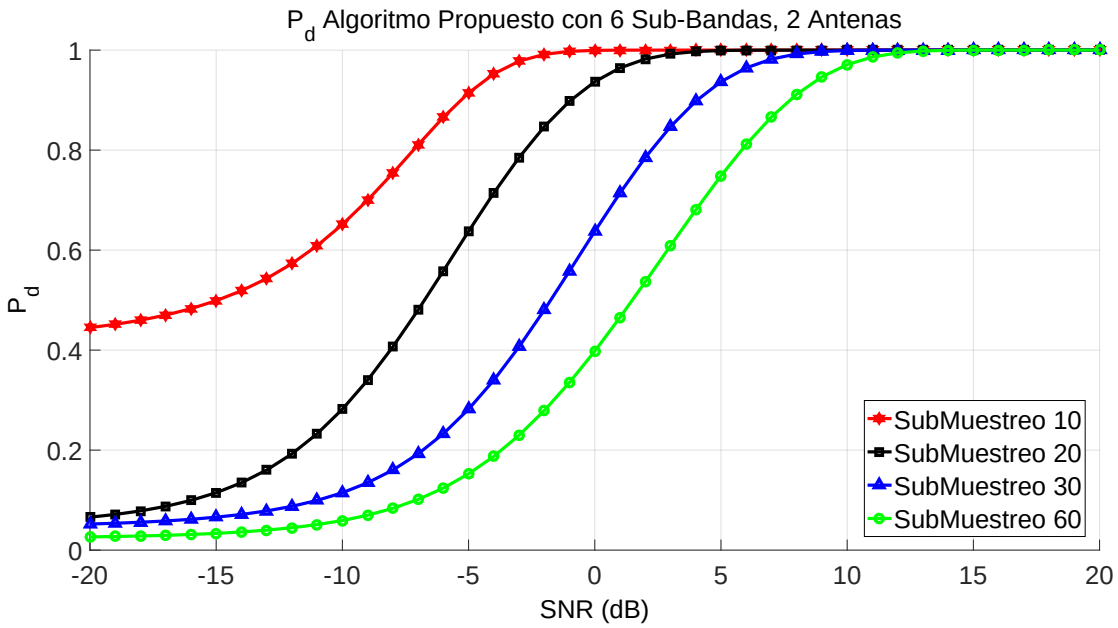

Figura 4.15. Probabilidad de Detección Contra SNR en Función del Factor de Sub-Muestreo (Sub-bandas=6, Antenas=2).

Análisis de Complejidad Computacional

La complejidad computacional del algoritmo propuesto puede analizarse en dos etapas. La primera etapa corresponde al sub-muestreo realizado con el RD, en el cual se requieren una cantidad de Km multiplicaciones escalares presentando una complejidad $O(m)$ (Mishali, et al., 2011). La segunda etapa es la correspondiente a la función de sensado, en el cual, como se ilustra en la tabla 4.4 la operación de la estimación de la señal se realiza mediante el algoritmo CoSamp, que presenta complejidad $O(n)$ (Needell y Tropp, 2010), posteriormente las líneas 11 a 24 de la tabla 4.4 tienen complejidad $3k + n + 5$ y dado que $n \gg k$ puede definirse la complejidad como $O(n)$, con lo cual, se define como complejidad de la segunda etapa $O(n)$.

En síntesis, la complejidad computacional de las dos etapas que conforman el método propuesto, será la máxima complejidad entre ellas, por lo tanto será $O(n) = max[O(m), O(n)]$, ya que $m < n$.

4.5 Conclusión

En este capítulo se proponen dos algoritmos de sensado energético de espectro de banda ancha basados en muestreo sub-nyquist, el primero de ellos se basa en la recuperación de la estadística de Segundo orden de la señal multibanda en el canal, el segundo se basa en sensado compresivo con dispositivos de CR con múltiples antenas. En el desarrollo del capítulo se demuestra que con los algoritmos propuestos es posible realizar la función de sensado de espectro de banda ancha utilizando una cantidad de muestras 20 veces menor a las obtenidas a la tasa de Nyquist, alcanzando un desempeño superior al detector de energía secuencial de banda ancha y otros basados en muestreo Nyquist y sub-Nyquist en régimen de baja SNR.

Capítulo 5

Sensado de Espectro de Banda Ancha Cooperativo Basado en Muestreo Sub-Nyquist

5.1 Introducción

En este capítulo se proponen dos nuevos métodos cooperativos de sensado de espectro de banda ancha basado en CS y compleción de matrices, que permiten reducir la cantidad de muestras a ser procesadas por cada CRD y mejoran el desempeño en términos de detección y características operacionales del receptor comparados con algoritmos similares en el estado del arte (Assra, et al., 2016; Qin, et al., 2016; Cohen, et al., 2015; Sun, et al., 2016).

En Cohen, et al. (2015) se presenta un algoritmo de sensado de espectro de banda ancha cooperativo basado dos algoritmos de recuperación del soporte conjunto de la señal multibanda a partir de las matrices de sensado y de mediciones de cada CRD; esto implica una gran carga de información en los enlaces de comunicación entre los CRD y el FC. En Assra, et al. (2016) se propone un algoritmo de sensado de espectro de banda ancha cooperativo basado en el algoritmo de Maximización de la Expectativa (EM) propuesto por Guo y Huang (2011) para realizar la estimación y detección conjunta de la ocupación espectral en la multibanda, el algoritmo propuesto opera a una tasa de muestreo igual o superior a la tasa de Nyquist, lo cual implica que los CRD deban procesar una gran cantidad de muestras, incrementando los tiempos de sensado y la potencia consumida. Sun, et al. (2016) proponen un algoritmo de sensado de espectro de banda ancha cooperativo basado

en muestreo sub-Nyquist multitasa y se analiza su desempeño en términos de los límites teóricos obtenidos para las probabilidades de detección y falsa alarma. En Qin, et al. (2016) se propone un algoritmo de sensado de espectro de banda ancha cooperativo basado en CS de dos etapas, en la primera se efectúa la reconstrucción de la señal multibanda a partir de las mediciones de cada CRD y en la segunda se realiza la eliminación de ruido, para posteriormente tomar la decisión de ocupación espectral, lo que implica una gran carga de información en los enlaces de comunicación entre los CRD y el FC.

5.2 Formulación del Problema

En el escenario de CR, los CRD requieren efectuar permanentemente la detección de actividad de los PU en el canal de comunicaciones de la banda de interés bajo condiciones de Relación Señal a Ruido tan bajas como sea posible (i.e. del orden de $-20dB$ para el estándar IEEE 802.22). En este contexto, uno de los principales retos que se enfrentan en CR es la implementación del sensado de espectro de banda ancha reduciendo la tasa de muestreo requerida garantizando alta probabilidad de detección y bajas probabilidades de omisión de detección y falsa alarma en condiciones de baja SNR, reduciendo de forma proporcional los tiempos de detección, consumos de energía y capacidades de procesamiento en los Dispositivos de Radio Cognitivo (CRDs). Por lo anterior, buscando mejorar el desempeño del SS de banda ancha basado en muestreo Sub-Nyquist en términos de las probabilidades mencionadas, se propone explotar la diversidad espacial mediante la cooperación de los distintos CRD en una misma región.

5.3 Sensado de Espectro de Banda Ancha Centralizado Basado en Muestreo Nyquist Incompleto

5.3.1 Modelo del Sistema

Considerando un conjunto de q dispositivos de CR que operan sobre una multibanda (licenciada) con un ancho de banda total de $B\ Hz$, el cual se encuentra dividido en k sub-bandas no traslapadas de igual ancho de banda b, equivalente a $\frac{B}{k}\ Hz$ por canal como se muestra en la figura 5.1.

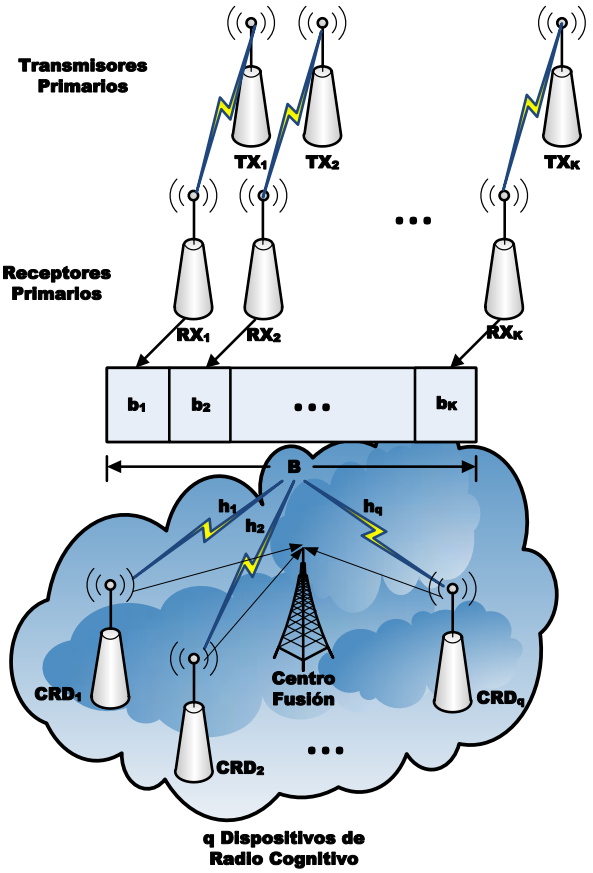

Figura 5.1. Escenario Sensado de Espectro de Banda Ancha Cooperativo Centralizado.

Asumiendo que las muestras de la señal multibanda son variables aleatorias independientes que siguen una distribución normal de media cero y varianza σ_s, presunción que es válida para cualquier señal multibanda en la cual cada portadora de una sub-banda se modula independientemente por flujos de datos; y que las muestras de ruido en cada CRD son variables aleatorias normalmente distribuidas, independientes, de media cero y varianza σ_n, la señal recibida por el i-ésimo CRD en la j-ésima sub-banda con $j = 1, 2, \cdots, k$ puede expresarse como se indica en la ecuación 5.1.

$$\mathbf{x}_{i,j}(n) = h_{i,j}\mathbf{s}_i(n) + \mathbf{w}_{i,j}(n) \tag{5.1}$$

donde $\mathbf{x}_{i,j}(n)$ es la n-ésima componente de la señal recibida por el i-ésimo CRD

con $i = 1, 2, \cdots, q$ en la j-ésima sub-banda con $j = 1, 2, \cdots, k$, $h_{i,j}$ representa la respuesta del canal el i-ésimo CRD en la j-ésima sub-banda, $\mathbf{s}_i(n)$ es la n-ésima componente de la señal transmitida por el j-ésimo PU sobre la j-ésima sub-banda y recibida por el i-ésimo CRD y $\mathbf{w}_{i,j}(n)$ es la n-ésima componente del ruido en la j-ésima sub-banda percibida por el i-ésimo CRD.

El problema de sensado de espectro para cada CRD en la j-ésima sub-banda puede formularse como un problema de comprobación de hipótesis estadística en el cual se debe escoger entre la hipótesis $H_{0,j}$ la cual indica que la j-ésima sub-banda se encuentra disponible, y la hipótesis $H_{1,j}$ la cual indica que la j-ésima sub-banda se encuentra ocupada, lo anterior puede expresarse de acuerdo a la ecuación 5.2.

$$\begin{cases} \mathcal{H}_{0,j} : \mathbf{x}_j = \mathbf{x}_j \\ \mathcal{H}_{1,j} : \mathbf{x}_j = h_j \mathbf{s}_j^* + \mathbf{w}_j \end{cases} \tag{5.2}$$

donde $\mathbf{x}_j \in \mathbb{R}^p$ es el vector de la señal recibida por el i-ésimo CRD en la j-ésima sub-banda, con p igual a la cantidad de muestras tomadas en cada CRD por sub-banda, $\mathbf{w}_j \in \mathbb{R}^p$ es el vector que representa las componentes de ruido blanco presente en la j-ésima sub-banda, $h_j \in \mathbb{R}$ es el escalar que representa la respuesta del canal en la j-ésima sub-banda, finalmente $\mathbf{s}_j^* \in \mathbb{R}^p$ es el vector que representa la señal transmitida por el i-ésimo PU sobre la j-ésima sub-banda, donde el superíndice $*$ denota transpuesto.

Para realizar la identificación de WS, el conjunto de CRDs debe implementar el sensado de espectro mediante la ejecución de las funciones asociadas a cada uno de los bloques del diagrama que se muestra en la figura 5.2.

donde $\mathbf{x}_i(t)$ con $i = 1, 2, \cdots, q$ representa la señal de banda ancha presente en la antena del i-ésimo CRD y presente en el canal de comunicaciones en la banda del operador licenciado.

Inicialmente la señal multibanda $\mathbf{x}(t)$ es recibida por cada uno de los CRD, la versión en cada CRD se denota por $\mathbf{x}_i(t)$ con $i = 1, 2, \cdots, q$, posteriormente la señal captada por cada CRD se muestrea con la matriz de muestreo uniforme en el dominio disperso descrita en la sección 5.3.3, donde la operación de muestreo se implementa a través de la matriz de muestreo $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, donde $m < n$ con n que

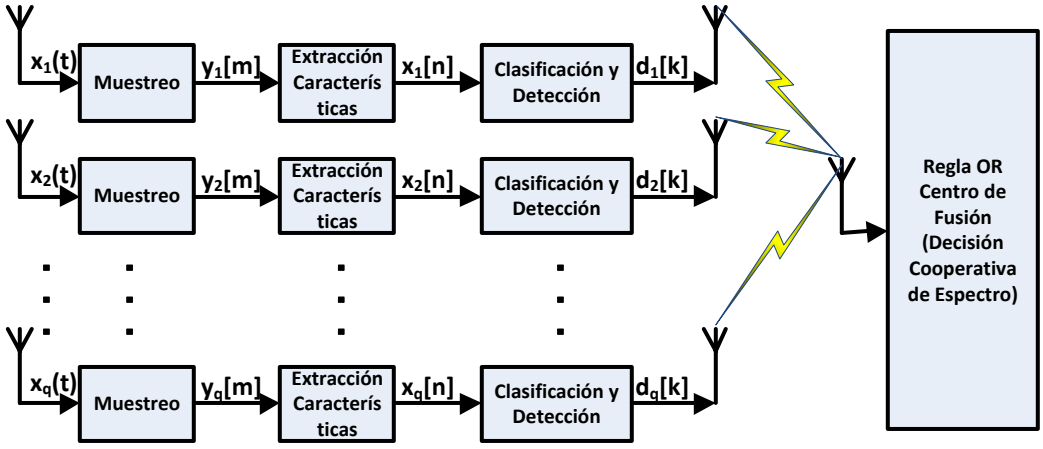

Figura 5.2. Escenario Sensado de Espectro de Banda Ancha Cooperativo Propuesto.

representa la cantidad de muestras de la señal cuando se realiza el muestreo a la tasa de Nyquist y m representa la cantidad de muestras Sub-Nyquist tomadas, obteniendo el vector de muestras $\mathbf{y}_i \in \mathbb{R}^m$, donde $\mathbf{y}_i = \mathbf{A}\mathbf{x}_i$. Posteriormente, el bloque de extracción de características realiza la estimación de la aproximación dispersa del vector $\mathbf{x}_i(t)$ que se representa como $\mathbf{x}_i[n] \in \mathbf{R}^n$, así mismo efectúa el cálculo de la energía por sub-banda de la señal estimada. Luego, en el bloque de clasificación y detección se realiza la detección de WS en la multibanda basado en la energía en cada sub-banda de cada vector de señal estimado en cada CRD $\mathbf{x}_i[n] \in \mathbb{R}^n$, finalmente se transmiten las decisiones locales de cada CRD al FC, el cual toma la decisión de ocupación final en la multibanda mediante la aplicación de la regla OR entre las decisiones parciales obtenidas en el paso anterior e informa la decisión final a los CRD a través del canal de control, el cual se asume libre de errores.

5.3.2 Modelo de la Señal Presente en el Canal (Representación Dispersa de la Señal)

El modelo de señal utilizado es el planteado en la sección 3.5.3 del presente documento.

5.3.3 Pre-procesamiento y Digitalización de la Señal de RF (Toma de Medidas y Codificación Lineal)

El muestreo de la señal multibanda $\mathbf{x}(t)$ se realiza mediante la matriz de muestreo Nyquist incompleto $\mathbf{A}$ definida en la ecuación 5.3.

$$\begin{bmatrix}
e^{i\frac{\pi}{10}} & 0 & e^{i\frac{3\pi}{10}} & 0 & e^{i\frac{5\pi}{10}} & 0 & e^{i\frac{7\pi}{10}} & 0 & e^{i\frac{9\pi}{10}} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & e^{i\frac{6\pi}{10}} & 0 & e^{i\frac{12\pi}{10}} & 0 & e^{i\frac{18\pi}{10}} & 0 & e^{i\frac{24\pi}{10}} & 0 & e^{i\frac{30\pi}{10}} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
e^{i\frac{5\pi}{10}} & 0 & e^{i\frac{15\pi}{10}} & 0 & e^{i\frac{25\pi}{10}} & 0 & e^{i\frac{35\pi}{10}} & 0 & e^{i\frac{45\pi}{10}} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & e^{i\frac{14\pi}{10}} & 0 & e^{i\frac{28\pi}{10}} & 0 & e^{i\frac{42\pi}{10}} & 0 & e^{i\frac{56\pi}{10}} & 0 & e^{i\frac{70\pi}{10}} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
e^{i\frac{9\pi}{10}} & 0 & e^{i\frac{27\pi}{10}} & 0 & e^{i\frac{45\pi}{10}} & 0 & e^{i\frac{63\pi}{10}} & 0 & e^{i\frac{81\pi}{10}} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix} \tag{5.3}$$

La cual cumple con el teorema 1.1 propuesto en (Recht, 2011). Del proceso de muestreo sub-Nyquist, se obtienen muestras de la forma ilustrada por la ecuación 5.4.

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{A}\mathbf{x}_i \tag{5.4}$$

donde $\mathbf{A}$ es la matriz de sensado de tamaño $m \times n$, $\mathbf{y}_i \in \mathbb{R}^m$ es el vector de mediciones y $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n$ es el vector que representa la señal multibanda k-dispersa (Astaiza, et al., 2015), por lo tanto, las entradas de $\mathbf{y}_i$ son las muestras Nyquist incompletas de $\mathbf{x}_i$.

5.3.4 Extracción de Características y Estimación (Recuperación Dispersa o Decodificación no Lineal)

La característica de la señal que se utiliza para realizar la operación de sensado de espectro es la energía por sub-banda, razón por la cual, el enfoque utilizado se basa en la estimación de la señal dispersa presente en la multibanda sensada. Abordando el problema de encontrar la solución dispersa de $\mathbf{y}_i = \mathbf{A}\mathbf{x}_i$, utilizando

compleción de matrices se debe resolver el problema de optimización planteado en la ecuación 5.5.

$$\arg\min_{\mathbf{x}_i} \|\mathbf{x}_i\|_* \quad sujeto\ a \quad y_{i,j} = x_{i,j} \tag{5.5}$$

donde $\|\mathbf{x}_i\|_*$ representa la norma nuclear de $\mathbf{x}_i$, $y_{i,j}$ representa la j-ésima entrada del vector de muestras del i-ésimo CRD y $x_{i,j}$ representa la j-ésima entrada del vector de la señal multibanda del i-ésimo CRD. Para resolver el problema planteado en la ecuación 5.5 se utiliza el algoritmo SVT propuesto en Cai, et al. (2010), obteniendo de esta manera la estimación $\widehat{\mathbf{x}}_i$ de la señal presente en el canal a partir de las muestras incompletas $\mathbf{y}_i$.

5.3.5 Clasificación e Identificación

Para realizar la detección de energía para cada sub-banda y para cada CRD se compara la energía de la señal recibida con un umbral de detección, decidiendo de esta forma la ocupación de una sub-banda. Por lo tanto la energía presente en cada sub-banda puede calcularse de acuerdo a la ecuación 5.6.

$$\mathcal{E}_{i,j}(f) = |h_i|^2 \sum_{S_{bi,j}} |\widehat{\mathbf{x}}_i[f]|^2 \tag{5.6}$$

donde $\mathcal{E}_{i,j}$ representa la energía en la sub-banda j-ésima del i-ésimo CRD sobre una secuencia de N muestras, $S_{bi,j}$ representa la sub-banda j-ésima del i-ésimo CRD, h_i representa la respuesta del canal del i-ésimo CRD y $\widehat{\mathbf{x}}_i[f]$ representa la señal estimada en el i-ésimo CRD. Luego, si la energía en la sub-banda j-ésima del i-ésimo CRD es mayor al umbral de decisión $\mathcal{T}_{hi,j}$ ($\mathcal{E}_{i,j} > \mathcal{T}_{hi,j}$) la decisión tomada es $H_{1,j}$ (sub-banda ocupada) en caso contrario se decide $H_{0,j}$ (sub-banda libre - WS).

Las probabilidades de detección P_{dj}, omisión de detección $P_m d_j$ y falsa alarma P_{f_j} en la sub-banda j-ésima se definen como se indica en las ecuaciones 5.7, 5.8 y 5.9, cuyos cálculos se presentan en el apéndice B.

$$P_d = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{1 - \prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - (SNR_{i,j} + N)\sigma_{ni,j}{}^2}{\sqrt{2(2SNR_{i,j} + N)\sigma_{ni,j}{}^4}}])\} \tag{5.7}$$

$$P_{md} = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{\prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - (SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2(2SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^4}}])\}, \tag{5.8}$$

$$P_f = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{1 - \prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - 2N{\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2N{\sigma_{ni,j}}^4}}])\}, \tag{5.9}$$

5.3.6 Algoritmo Propuesto

Para implementar el sensado de espectro de acuerdo con proceso descrito en las secciones 5.3.1 a 5.3.5 se propone el algoritmo que se ilustra en la tabla 5.1, donde los parámetros de entrada del algoritmo son: el conjunto de entradas observadas $\mathbf{Om}$ de acuerdo a la matriz de sensado $\mathbf{A}$, el vector de muestras del canal por cada CRD $\mathbf{y}_i$, el ancho de banda total de la multibanda $\mathbf{B}$, el ancho de banda de cada sub-banda $\mathbf{b}$, el tamaño del vector de muestras m y el tamaño del vector señal n, el parámetro de objetivo funcional τ y el tamaño del paso δ definidos en Cai, et al. (2010) (línea 1); el algoritmo propuesto retorna el vector de sub-bandas ocupadas y disponibles en la multibanda $\mathbf{ch}$ por cada CRD (línea 2); se utiliza la variable auxiliar, $\mathbf{p}_{sb}$ para almacenar la potencia por sub-banda de la multibanda detectada por cada CRD (línea 3). El proceso de sensado de espectro inicia calculando el número de sub-bandas en la multibanda (línea 7) y el número de componentes significativas de la multibanda (línea 8), posteriormente se estima la señal recibida por cada CRD mediante la función SVT utilizando el algoritmo de compleción de matrices SVT propuesto en Cai, et al. (2010) (línea 10), luego se calcula la potencia estimada por sub-banda en cada CRD (líneas 13 a 21), finalmente se estima la presencia o no de señal en cada sub-banda utilizando la regla OR (líneas 22 a 24).

5.3.7 Evaluación del Desempeño

En esta sección se analiza el desempeño del algoritmo propuesto en un escenario en el cual se presenta una señal multibanda compuesta por seis canales de $3.3MHz$ cada uno, los cuales aleatoriamente presentan ocupación, el objetivo es evaluar las condiciones bajo las cuales el algoritmo propuesto presenta un desempeño adecuado para el sensado de espectro en comparación con el rendimiento de los algo-

1	**Entradas**: $\mathbf{Om}$, $\mathbf{y}_i$, m, n, B, b, τ, δ.
2	**Salida**: $\mathbf{ch}$.
3	**Var**: $\mathbf{p}_{sb}$ % Potencia por Sub-banda
4	**Inicio**
5	$Cont1 = 0$
6	$Cont2 = 1$
7	$k = \frac{B}{b}$
8	$K = k\frac{n}{m}$
9	**For** $i = 1$ **hasta** q
10	$\mathbf{x}_i \leftarrow SVT(n, \mathbf{Om}, \mathbf{y}_i, \tau, \delta, K)$
11	$Cont2 = Cont2 + 1$
12	**For** $j = 1$ **hasta** k
13	$\mathbf{p}_{sb_i}(j, Cont1 + 1) \leftarrow Suma(\mathbf{x}_i(Cont1 + 1), (Cont1\frac{n}{k})\ hasta\ \mathbf{x}_i((Cont1 + 1), (Cont1 + 1)\frac{n}{k}))$
14	**Si** $\mathbf{p}_{sb_i}(j, Cont1 + 1) > 0$ **luego**
15	$\mathbf{ch}_{sbi}(j, Cont1 + 1) \leftarrow 1$
16	**sino**
17	$\mathbf{ch}_{sbi}(j, Cont1 + 1) \leftarrow 0$
18	**Fin Si**
19	$Cont1 = Cont1 + 1$
20	**Fin For**
21	**Fin For**
22	**For** $l = 1$ **hasta** k
23	$\mathbf{ch}(l) = \mathbf{ch}_{sbi}(l, 1)\ or\ \mathbf{ch}_{sbi}(l, 2)\ or\ \cdots\ or\ \mathbf{ch}_{sbi}(l, q)$
24	**Fin For**
25	**Retorna**: $\mathbf{ch}$

Tabla 5.1. Algoritmo de Sensado de Espectro de Banda Ancha Cooperativo Centralizado

ritmos propuestos en Assra, et al. (2016); Qin, et al. (2016); Cohen, et al. (2015); Sun, et al. (2016).

Escenario y Parámetros de Simulación

En la implementación de la simulación del algoritmo de sensado de espectro de banda ancha cooperativo propuesto se genera una señal multibanda de acuerdo con los parámetros de simulación que se muestran en la tabla 5.2.

Parámetro	Valor
Generación Señal Multibanda	
Ancho Banda Multibanda	$20MHz$
Modulación Señal Canal	$16QAM$
Tasa de Símbolos	$2Msps$
Factor Roll Off Filtro Tx	0.5
Tasa Muestreo Nyquist	$40MHz$
Número Muestras Multibanda (Nyquist)	2000
Frecuencias Portadoras	$3\ MHZ$ $6\ MHZ$ $9\ MHZ$ $12\ MHZ$ $15\ MHZ$ $18\ MHZ$
Muestreador Sub-Nyquist	
Número de Muestras Entrada	2000
Número de Muestras Salida	100
Algoritmo de Sensado de Banda Ancha	
Número de Usuarios Cooperativos	2

Tabla 5.2. Parámetros de Simulación

Resultados de Simulación, Métricas, Caracterización y Comparación

Para evaluar el desempeño del algoritmo de sensado de espectro propuesto se utilizan como métricas la probabilidad de detección, analizadas en función de la relación señal a ruido de la multibanda generada y la curva de operación del receptor (ROC), comparadas con las métricas obtenidas de los algoritmos propuestos en Assra, et al. (2016); Qin, et al. (2016); Cohen, et al. (2015); Sun, et al. (2016); los resultados obtenidos se muestran en las figuras 5.3 a 5.7..

En la figura 5.3 se observa el desempeño del algoritmo propuesto contra el desempeño de los algoritmos de sensado de espectro cooperativo de banda ancha propuestos en Assra, et al. (2016); Qin, et al. (2016); Cohen, et al. (2015); Sun, et

al. (2016); en la figura se puede apreciar que el desempeño de los algoritmos en Assra, et al. (2016); Qin, et al. (2016); Cohen, et al. (2015); Sun, et al. (2016) es inferior al alcanzado por el algoritmo propuesto, en función de la probabilidad de detección, de la misma forma se aprecia que la probabilidad de detección para el algoritmo propuesto es aproximadamente igual a 1 para valores de SNR superiores a $-5dB$..

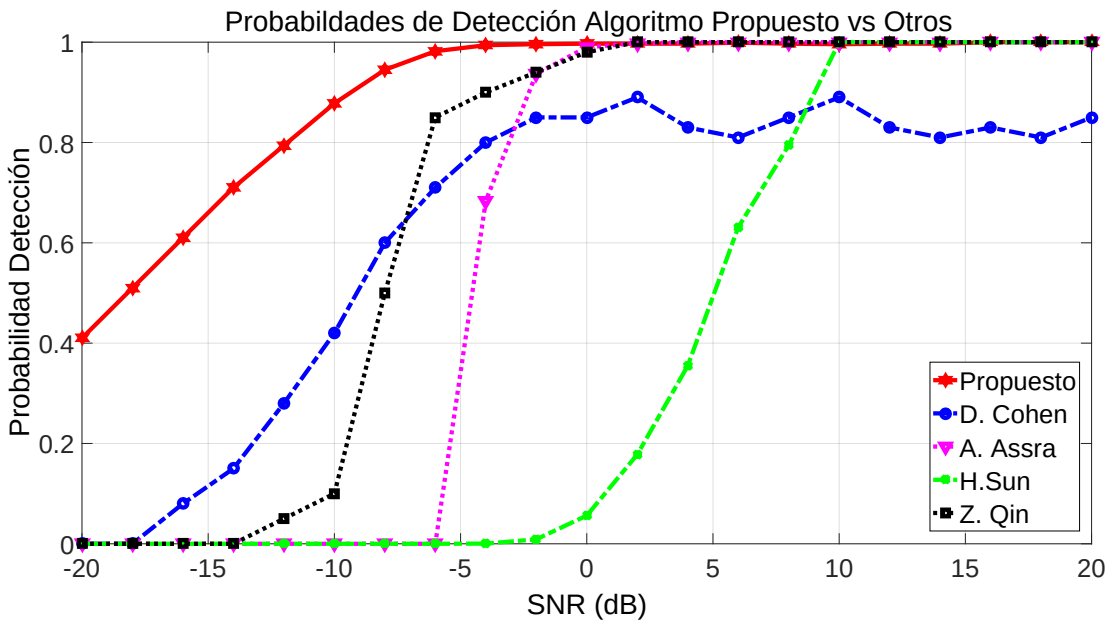

Figura 5.3. Desempeño Algoritmo Cooperativo Propuesto vs Otros Algoritmos de Sensado Cooperativo en Función de SNR.

En la figura 5.4 puede observarse que el mejor desempeño en términos de las curvas de ROC es el correspondiente al algoritmo propuesto, esto debido a que el área bajo la curva del algoritmo propuesto es la mayor, lo cual indica la capacidad del algoritmo de propuesto de identificar acertadamente los WS..

Como se aprecia de igual manera en la figura 5.4, el algoritmo con peor desempeño es el propuesto por Sun, et al. (2016), ya que la curva ROC cubre una menor área que la correspondiente a los demás algoritmos. Considerando que los resultados ilustrados en la figura 5.4 corresponden a las curvas ROC de los algoritmos contrastados a una SNR de $-3dB$, se evidencia de nuevo que el algoritmo

propuesto mejora significativamente el desempeño de los otros algoritmos en condiciones de baja SNR.

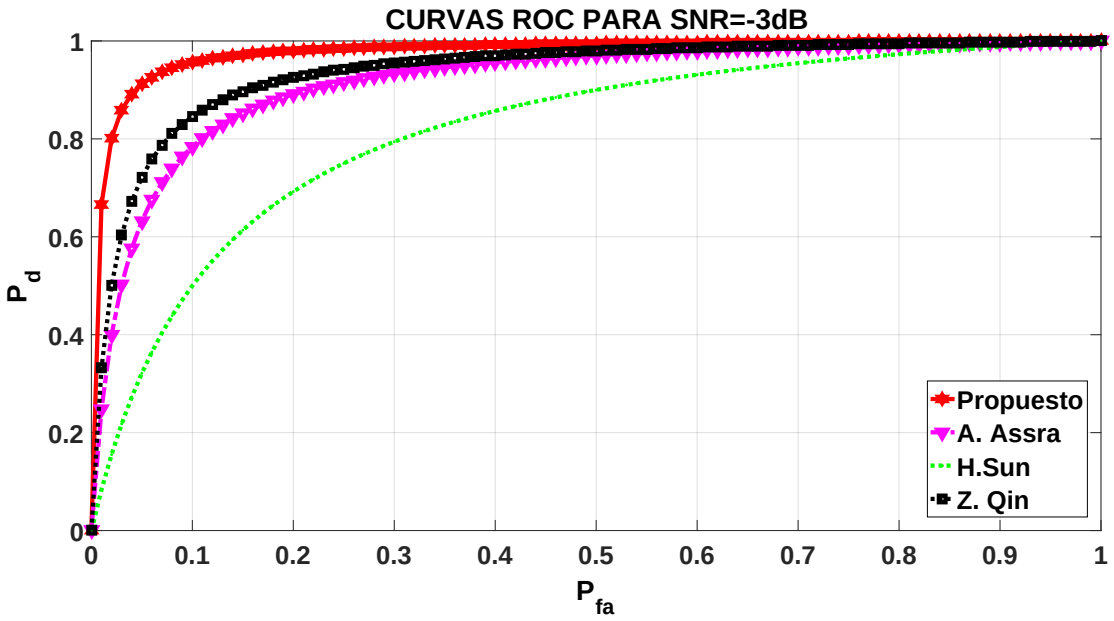

Figura 5.4. Curvas ROC para SNR = -3dB

En la figura 5.5 se ilustra el desempeño del algoritmo propuesto en función de la probabilidad de detección contra la SNR de acuerdo al número de CRDs que cooperan. Aquí puede apreciarse que en la medida que la cantidad de CRDs que cooperan es mayor, la SNR a la cual se alcanza una probabilidad de detección aproximadamente igual a uno disminuye, alcanzándose el desempeño objetivo en CR para el estándar 802.22 con una cantidad aproximada de 20 CRDs cooperantes.

En la figura 5.6 se muestra el desempeño del algoritmo propuesto en función de la probabilidad de detección contra la SNR de acuerdo al número de sub-bandas definidas en la multibanda sensada. En esta figura, es posible evidenciar que en la medida que existe una mayor cantidad de sub-bandas en la multibanda, disminuye el desempeño del algoritmo..

En la figura 5.7 se puede evidenciar el impacto que tiene la incompletitud del muestreo en el desempeño del algoritmo. En esta figura se puede apreciar que a menor incompletitud en el muestreo mejor es el desempeño del algoritmo propuesto, alcanzándose una probabilidad de detección aproximadamente igual a 1 para una

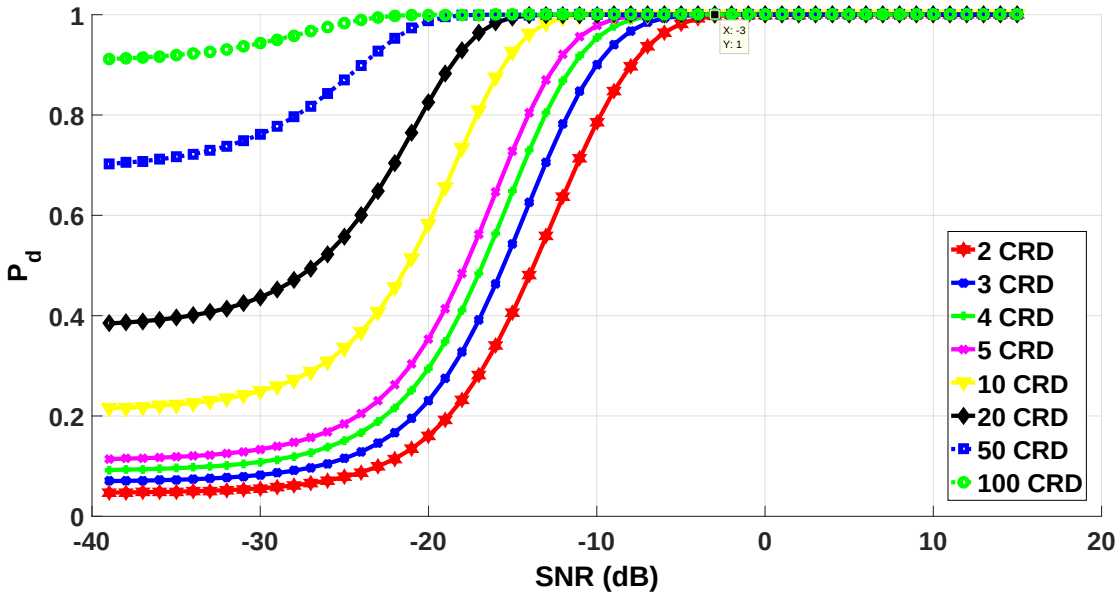

Figura 5.5. Probabilidad de Detección Contra SNR en Función del Número de CRDs Cooperantes (Sub-bandas=6, Incompletitud=10).

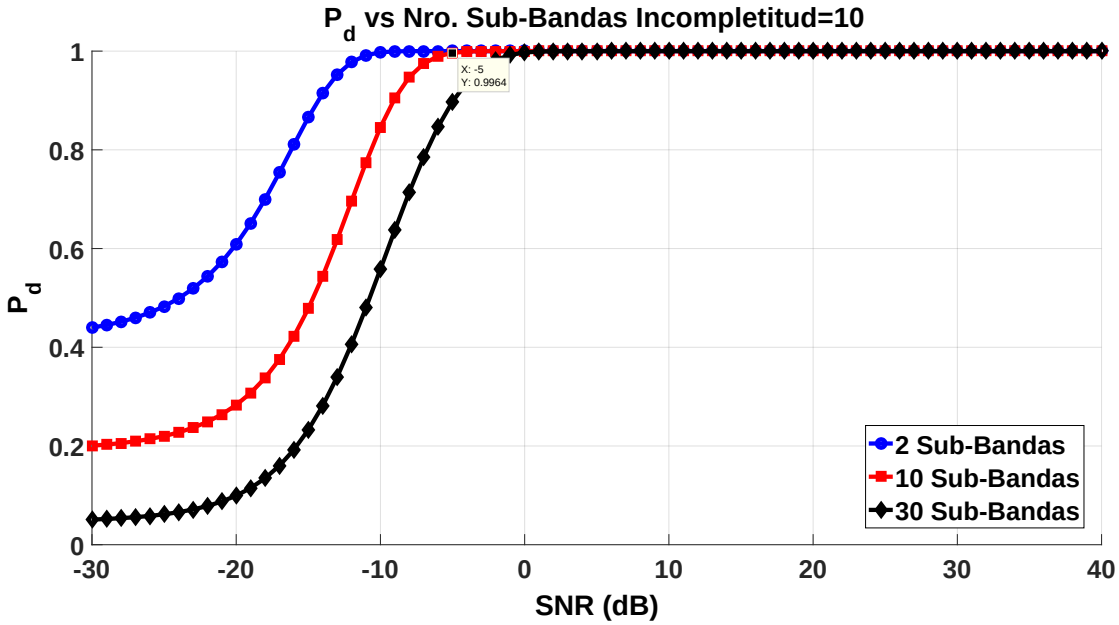

Figura 5.6. Probabilidad de Detección Contra SNR en Función del Número de Sub-Bandas en la Multibanda (CRDs Cooperantes =3, Incompletitud=10).

SNR de $-3dB$ con un factor de incompletitud igual a 10, en un escenario donde la multibanda está conformada por 12 sub-bandas y 2 CRDs cooperantes.

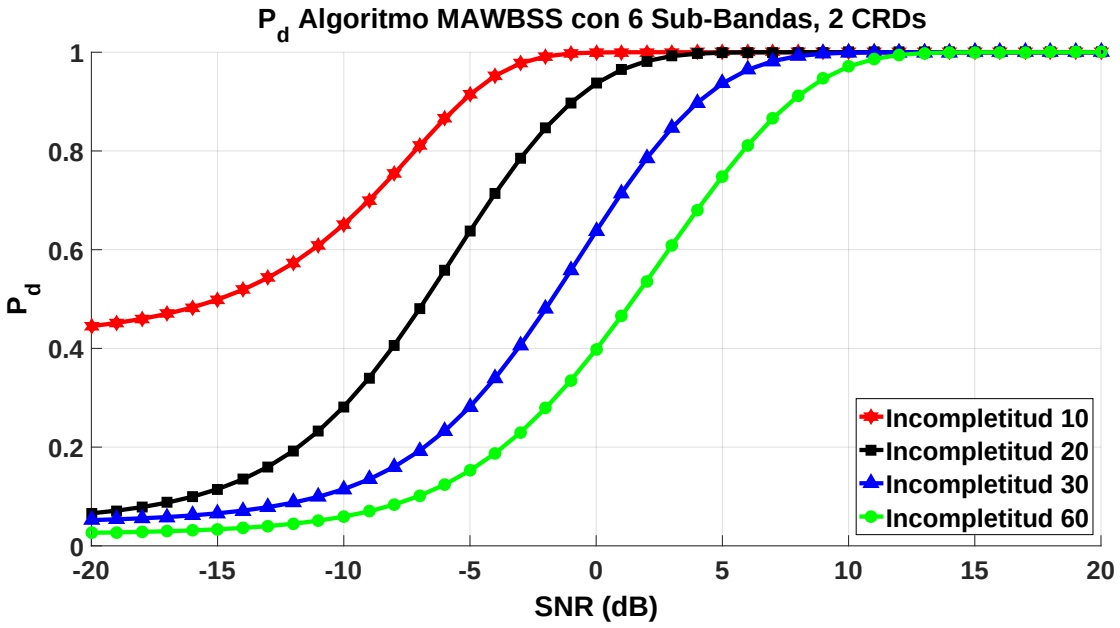

Figura 5.7. Probabilidad de Detección Contra SNR en Función del Factor de Incompletitud (Sub-bandas=6, CRDs Cooperantes =2).

Análisis de Complejidad Computacional

La complejidad computacional del algoritmo propuesto puede analizarse en dos etapas. La primera etapa corresponde al muestreo incompleto realizado con la matriz propuesta en la ecuación 5.3, en la cual se requieren una cantidad de n^2 multiplicaciones escalares presentando una complejidad $O(n^2)$. La segunda etapa es la correspondiente a la función de sensado, en el cual, como se ilustra en la tabla 5.1 la operación de la estimación de la señal se realiza mediante el algoritmo SVT que presenta complejidad $O(n^3)$ (Cai, et al., 2010), posteriormente las líneas 11 a 24 de la tabla 5.1 tienen complejidad $qk+n+k$ y dado que $n \gg k$, puede definirse la complejidad de las líneas 11 a 24 como $O(n)$, con lo cual se define como complejidad de la segunda etapa $O(n^3)$.

En síntesis, la complejidad computacional de las dos etapas que conforman el

método propuesto será la máxima complejidad entre ellas, por lo tanto será $O(n^3) = max[O(n^2), O(n^3)]$.

5.4 Sensado de Espectro de Banda Ancha Basado en Sensado de Espectro de Banda Estrecha, Muestreo Sub-Nyquist y Cooperación Centralizada de Grupos

5.4.1 Modelo del Sistema

Considerando un conjunto de k grupos de CRDs que operan sobre una multibanda (licenciada) con un ancho de banda total de $B\ Hz$ la cual se define como $\mathcal{B} = b_1, b_2, \cdots, b_k$ que corresponde al conjunto de k sub-bandas no traslapadas de igual ancho de banda b, equivalente a $\frac{B}{k}\ Hz$ por sub-banda. Cada grupo sensa una sub-banda y se encuentra conformado por $q \geq k$ CDRs como se muestra en la figura 5.8, donde cada CDR se asocia a un grupo $g_j \in \mathcal{G} = g_1, g_2, \cdots, g_k$ con $j = 1, 2, \cdots, k$ de forma aleatoria en cada región espacial y de acuerdo a la respuesta al impulso del canal, la cual se asume sigue una distribución normal de media μ y varianza σ^2, por lo cual un CDR se asocia a aquel grupo en el cual presenta mayor probabilidad de detección correcta de ocupación de la sub-banda.

Asumiendo que las muestras de la señal en cada sub-banda es una variable aleatoria independiente que sigue una distribución normal de media cero y varianza $\sigma_s(\mathcal{N}(0, \sigma_s))$; y asumiendo que las muestras de ruido en cada CRD son variables aleatorias normalmente distribuidas, independientes, de media cero y varianza $\sigma_n(\mathcal{N}(0, \sigma_n))$, la señal recibida por el i-ésimo CRD con $i = 1, 2, \cdots, q$, en el j-ésimo grupo (que sensa la j-ésima sub-banda) con $j = 1, 2, \cdots, k$ puede expresarse como se indica en la ecuación 5.10.

$$\mathbf{x}_{i,j}(m) = \mathbf{h}_{i,j}\mathbf{s}_j(m) + \mathbf{w}_{i,j}(m) \tag{5.10}$$

donde $\mathbf{x}_{i,j}(m)$ es la m-ésima componente de la señal recibida por el i-ésimo CRD en la j-ésima sub-banda, $h_{i,j}$ representa la respuesta del canal para el i-ésimo CRD en la j-ésima sub-banda, y se asume que $h_{i,j}$ permanece constante en la ventana de muestreo (m muestras) , $\mathbf{s}_j(m)$ es la m-ésima componente de la señal transmitida

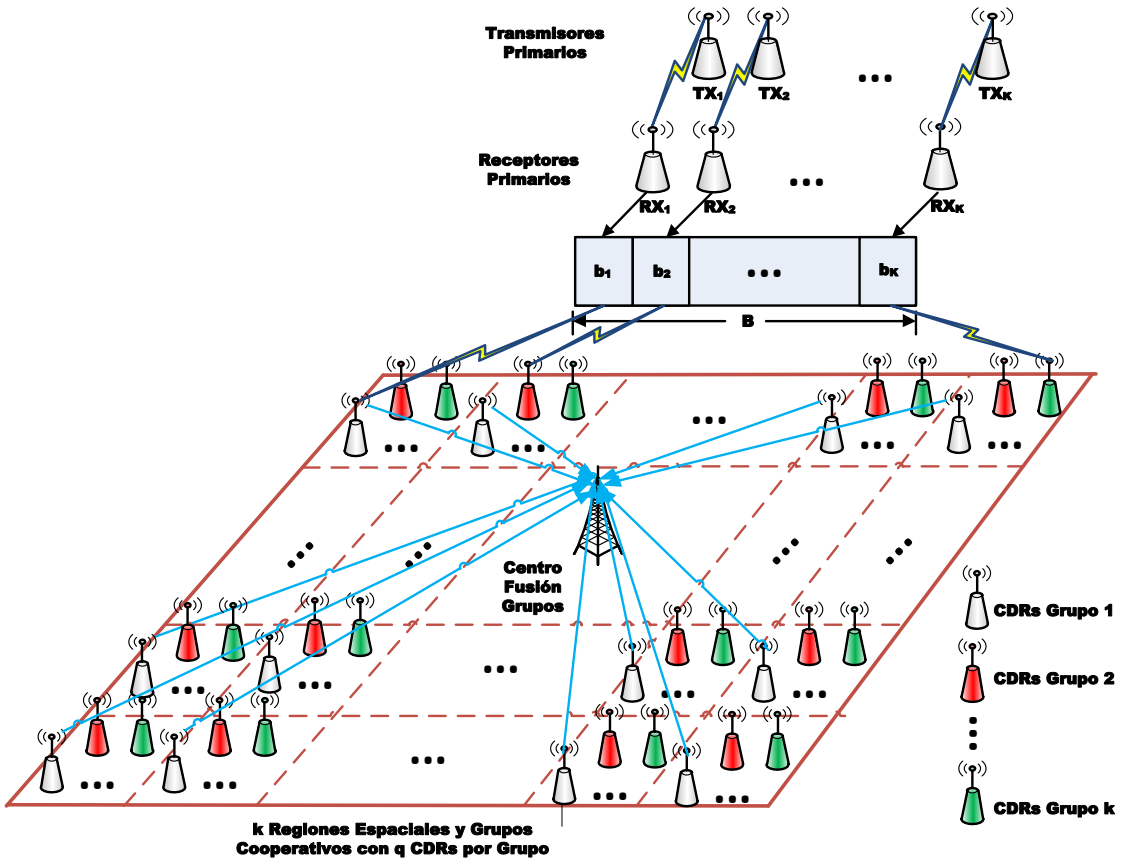

Figura 5.8. Escenario Sensado de Espectro de Banda Ancha Cooperativo por Grupos.

por el j-ésimo PU sobre la j-ésima sub-banda y $\mathbf{w}_{i,j}(m)$ es la m-ésima componente del ruido en la j-ésima sub-banda percibido por el i-ésimo CRD.

El problema de sensado de espectro para cada CRD en la j-ésima sub-banda puede formularse como un problema de comprobación de hipótesis estadística en el cual se debe escoger entre la hipótesis $H_{0,i,j}$ la cual indica que la j-ésima sub-banda se encuentra disponible, y la hipótesis $H_{1,i,j}$ la cual indica que la j-ésima sub-banda se encuentra ocupada, lo anterior puede expresarse de acuerdo a la ecuación 5.11.

$$\begin{cases} \mathcal{H}_{0,i,j}: \ \mathbf{x}_{i,j} = \mathbf{w}_{i,j} \\ \mathcal{H}_{1,i,j}: \ \mathbf{x}_{i,j} = h_{i,j}\mathbf{s}_j^* + \mathbf{w}_{i,j} \end{cases} \tag{5.11}$$

donde $\mathbf{x}_{i,j} \in \mathbb{R}^m$ es el vector de la señal recibida por el i-ésimo CRD en la j-ésima sub-banda, con m igual a la cantidad de muestras tomadas en cada CRD por sub-banda, $\mathbf{w}_{i,j} \in \mathbb{R}^m$ es el vector que representa las componentes de ruido blanco para el i-ésimo CRD presente en la j-ésima sub-banda, $h_{i,j} \in \mathbb{R}$ es el escalar que representa la respuesta del canal para el i-ésimo CRD en la j-ésima sub-banda, finalmente $\mathbf{s}_j^* \in \mathbb{R}^m$ es el vector que representa la señal transmitida por el j-ésimo CRD sobre la j-ésima sub-banda, donde el superíndice $*$ denota transpuesto.

Para realizar la identificación de WS, el conjunto de CRDs debe implementar el sensado de espectro mediante la ejecución de las funciones asociadas a cada uno de los bloques del diagrama que se muestra en la figura 5.9.

Inicialmente la señal multibanda $\mathbf{x}(t)$ es recibida por cada uno de los CRD, la versión en cada CRD corresponde a la versión filtrada de $\mathbf{x}(t)$ en la sub-banda de interés de acuerdo al grupo asociado, la cual se denota por $\mathbf{x}_{i,j}(t)$ con $i = 1, 2, \cdots, q$ y $j = 1, 2, \cdots, k$, posteriormente la señal captada por cada CRD se muestrea con el RD, donde la operación de muestreo se implementa a través de la matriz de muestreo $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, donde $m < n$ con n que representa la cantidad de muestras de la señal cuando se realiza el muestreo a la tasa de Nyquist y m representa la cantidad de muestras Sub-Nyquist tomadas, obteniendo el vector de muestras $\mathbf{y}_{i,j} \in \mathbb{R}^m$, donde $\mathbf{y}_{i,j} = \mathbf{A}\mathbf{x}_{i,j}$. Posteriormente, el bloque de extracción de características realiza la estimación de la aproximación dispersa de la matriz de auto correlación de la señal $\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{i,j}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ a partir de la matriz de covarianza de las muestras $\mathbf{R}_{\mathbf{y}_{i,j}} \in \mathbb{R}^{m \times m}$, con $m < n$. Luego, en el bloque de clasificación y detección se realiza la

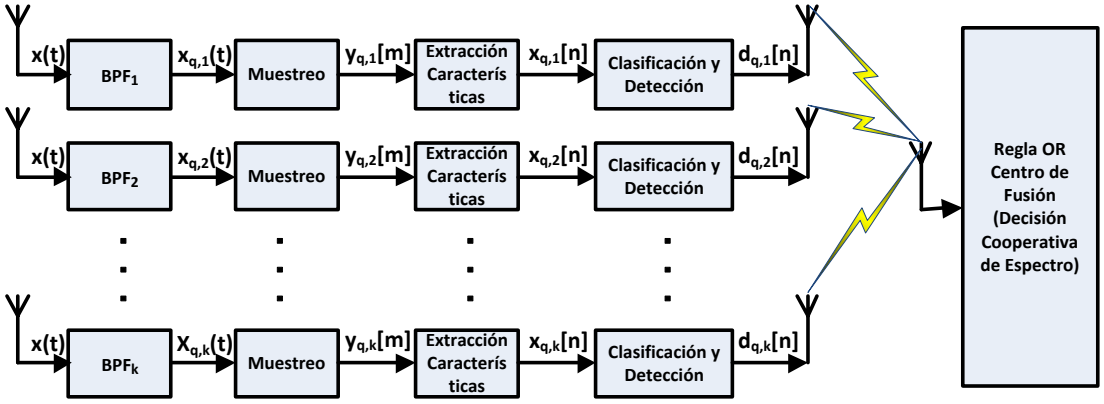

Figura 5.9. Escenario Sensado de Espectro de Banda Ancha Cooperativo Propuesto (Simplificación para el q-ésimo CRD por Grupo).

detección de ocupación o no de la sub-banda la cual se realiza a través de los valores singulares de la matriz de auto correlación estimada de la señal $\mathbf{R}_{\mathbf{x}_{i,j}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, posteriormente, se transmiten las decisiones locales de cada CRD al Centro de Fusión (FC), el cual toma la decisión de ocupación en la sub-banda mediante la aplicación de la regla OR entre las decisiones parciales obtenidas en el paso anterior. Finalmente, el FC toma la decisión de ocupación final en la multibanda, obteniendo las probabilidades de detección, omisión de detección y falsa alarma en la multibanda mediante el promedio de las probabilidades parciales obtenidas en el paso anterior e informa la decisión final los CRD a través del canal de control, el cual se asume libre de errores.

5.4.2 Modelo de la Señal Presente en el Canal (Representación Dispersa de la Señal)

El modelo de señal utilizado es el planteado en la sección 3.5.3 del presente documento.

5.4.3 Pre-procesamiento y Digitalización de la Señal de RF (Toma de Medidas y Codificación Lineal)

El muestreo de la señal $\mathbf{x}_{i,j}(t)$ se realiza con el RD como se plantea e ilustra en la sección 3.5.4 del presente documento.

5.4.4 Extracción de Características y Estimación (Recuperación Dispersa o Decodificación no Lineal)

De la ecuación 3.30 se puede apreciar que al calcular la matriz de covarianza de las muestras $\mathbf{y}_{i,j}$ se tiene la relación dada por la ecuación 5.12.

$$\mathbf{R}_{y_{i,j}} = \mathbf{A}\mathbf{R}_{x_{i,j}}\mathbf{A}^T \tag{5.12}$$

siendo $\mathbf{R}_{x_{i,j}}$ la matriz de covarianza de la señal presente en el canal de comunicaciones observado por el i-ésimo CRD en la j-ésima sub-banda (asociada al j-ésimo grupo) y $\mathbf{R}_{y_{i,j}}$ la matriz de covarianza de las muestras tomadas con el RD del i-ésimo CRD en la j-ésima sub-banda (asociada al j-ésimo grupo).

Por consiguiente, es posible a partir de la matriz de covarianza de las muestras obtener la matriz de covarianza de la señal en el canal y con ella realizar la operación de sensado de espectro de banda ancha identificando la energía presente en cada una de las k sub-bandas.

La función de sensado de espectro en este orden de ideas es posible realizarla mediante la identificación de los valores presentes en la diagonal principal de la matriz de covarianza estimada $\mathbf{R}_{x_{i,j}}$, los cuales cumplen la ecuación 5.13.

$$\mathbf{R}_{x_{i,j}}(p,p) = \begin{cases} 0 & : H_{0,i,j} \\ {\sigma_{x_{i,j}}}^2 & : H_{1,i,j} \end{cases} \tag{5.13}$$

donde ${\sigma_{x_{i,j}}}^2$ representa la potencia de la señal y $p = 1, 2, \cdots, n$, luego, al identificar si se cumple la ecuación 5.14, se puede establecer la presencia de señal, lo que es igual a validar la hipótesis H_1.

$$\mathbf{R}_{x_{i,j}}(p,p) > 0 \tag{5.14}$$

Para obtener la matriz de covarianza de la señal en el canal $\mathbf{R}_{x_{i,j}}$ a partir de la matriz de covarianza de $\mathbf{R}_{y_{i,j}}$ se debe resolver el problema de optimización, como se muestra en la ecuación 5.15.

$$\underset{\mathbf{R}_{x_{i,j}}}{\arg\min} \|\mathbf{R}_{x_{i,j}}\|_1 \quad sujeto\ a \quad \mathbf{R}_{y_{i,j}} = \mathbf{A}\mathbf{R}_{x_{i,j}}\mathbf{A}^T \tag{5.15}$$

La solución propuesta en la ecuación 5.15 es una modificación de OMP (*Orthogonal Matching Pursuit*) (Tropp y Gilbert, 2007) en la cual no se trabaja con vectores, motivo por el cual no se emplea el producto Kronecker, sino que se trabaja directamente en forma matricial como se ilustra en la tabla 4.1 la cual se describió en detalle en la sección 4.3.6.

5.4.5 Clasificación e Identificación

Para realizar la detección de energía para cada sub-banda y para cada CRD se compara la energía de la señal recibida con un umbral de detección decidiendo de esta forma la ocupación de una sub-banda. Para realizar esto es necesario obtener los valores de la diagonal principal de la matriz de covarianza estimada de la señal $\mathbf{R}_{x_{i,j}}$, luego haciendo $diag(\mathbf{R}_{x_{i,j}}) = \mathbf{X}_{i,j}[f]$ se calcula la energía presente en cada sub-banda de acuerdo a la ecuación 5.16.

$$\mathcal{E}_{i,j}(f) = |h_{i,j}|^2 \sum_j |\widehat{\mathbf{X}}_{i,j}[f]|^2 \tag{5.16}$$

donde $\mathcal{E}_{i,j}$ representa la energía en la sub-banda j-ésima del i-ésimo CRD sobre una secuencia de N muestras, $h_{i,j}$ representa la respuesta del canal del i-ésimo CRD sobre la j-ésima sub-banda y $\widehat{\mathbf{X}}_{i,j}[f]$ representa la señal estimada en la j-ésima sub-banda del i-ésimo CRD. Luego, si la energía en la sub-banda j-ésima de i-ésimo CRD es mayor al umbral de decisión $\mathcal{T}_{hi,j}$ ($\mathcal{E}_{i,j} > \mathcal{T}_{hi,j}$) la decisión tomada es $H_{1,i,j}$ (sub-banda ocupada) en caso contrario se decide $H_{0,i,j}$ (sub-banda libre - WS).

Las probabilidades de detección $P_{di,j}$, omisión de detección $P_m d_{i,j}$ y falsa alarma $P_{f_{i,j}}$ en la sub-banda j-ésima se definen como se indica en las ecuaciones 5.17, 5.18 y 5.19, cuyos cálculos se presentan en el apéndice B.

$$P_d = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{1-\prod_{i=1}^{q}(1-Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j}-(SNR_{i,j}+N){\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2(2SNR_{i,j}+N){\sigma_{ni,j}}^4}}])\} \tag{5.17}$$

$$P_{md} = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{\prod_{i=1}^{q}(1-Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j}-(SNR_{i,j}+N){\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2(2SNR_{i,j}+N){\sigma_{ni,j}}^4}}])\} \tag{5.18}$$

$$P_f = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{1-\prod_{i=1}^{q}(1-Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j}-2N{\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2N{\sigma_{ni,j}}^4}}])\} \tag{5.19}$$

5.4.6 Algoritmo Propuesto

Para implementar el sensado de espectro de acuerdo con el proceso descrito en las secciones 5.4.1 a 5.4.5 se propone el algoritmo que se ilustra en la tabla 5.3 para tomar la decisión de ocupación de espectro en cada CDR. Los parámetros de entrada del algoritmo son: la matriz de sensado $\mathbf{A}$, el vector de muestras del canal $\mathbf{y}_{i,j}$, el tamaño del vector de muestras m y el tamaño del vector señal n (línea 1); el algoritmo propuesto en cada CRD retorna la decisión de ocupación o no de la sub-banda sensada $\mathbf{ch}$ (línea 2); se utiliza la variable auxiliar, P_c para almacenar la potencia en la sub-banda sensada (línea 3). El proceso de sensado de espectro inicia calculando el número de componentes promedio requerido para efectuar el sensado (línea 5), posteriormente se estima la matriz de covarianza mediante la función *EstimaciónCovarianza* descrita en la sección 4.3.6, posteriormente se obtiene el vector de la diagonal principal de la matriz de covarianza estimada (línea 8) que representa la potencia de las componentes estimadas de la señal, luego, se calcula la potencia estimada en la sub-banda (línea 9), finalmente se estima y retorna la presencia o no de señal en la sub-banda sensada $\mathbf{ch}$ (líneas 11 a 16).

Una vez todos los CRDs en la red cognitiva sensan la sub-banda asociada, reportan las decisiones individuales al FC, en el cual se implementa el algoritmo ilustrado en la tabla 5.4. El parámetro de entrada es la matriz de decisiones de los CDR $\mathbf{CH} \in \mathbb{R}^{k\times q}$ donde cada fila corresponde a las decisiones enviadas por los CRD pertenecientes a un grupo (línea 1); el algoritmo propuesto retorna el vector de sub-bandas ocupadas y disponibles en la multibanda $\mathbf{Oc}_{Mb}$ (línea 2); posteriormente se toma la decisión de ocupación de cada sub-banda mediante regla OR entre las decisiones tomadas por los CRD pertenecientes a cada grupo (línea 5); finalmente se

1	**Entradas**: $\mathbf{A}$, $\mathbf{y}_{i,j}$, m, n.
2	**Salida**: $\mathbf{ch}$.
3	**Var**: $P_c = 0$ % Potencia por Componente
4	**Inicio**
5	$K = \frac{n}{m}$
6	$\mathbf{R}_x \leftarrow EstimacionCovarianza(\mathbf{A}, \mathbf{y}_{i,j}, K)$
7	**For** $i = 1$ **hasta** n
8	$\mathbf{X}(i) \leftarrow \mathbf{R}_{xi,j}(i,i)$
9	$P_c \leftarrow P_c + \lvert\mathbf{X}(i)\rvert^2$
10	**Fin For**
11	**Si** $P_c > 0$ **luego**
12	$\mathbf{ch}(j) \leftarrow 1$
13	**sino**
14	$\mathbf{ch}(j) \leftarrow 0$
15	**Fin Si**
16	**Retorna**: $\mathbf{ch}$

Tabla 5.3. Algoritmo de Sensado de Espectro de Banda Estrecha para cada CDR

obtiene y retorna el vector de decisión de ocupación de la multibanda $\mathbf{Oc}_{Mb}$ (líneas 4 a 7).

5.4.7 Evaluación del Desempeño

En esta sección se analiza el desempeño del algoritmo propuesto en un escenario en el cual se presenta una señal multibanda compuesta por seis canales de $3.3MHz$ cada uno, los cuales aleatoriamente presentan ocupación, el objetivo es evaluar las condiciones bajo las cuales el algoritmo propuesto presenta un desempeño adecuado para el sensado de espectro en comparación con el rendimiento de los algoritmos propuestos en Assra, et al. (2016); Qin, et al. (2016); Cohen, et al. (2015); Sun, et al. (2016).

1	**Entradas**: $\mathbf{CH}$.
2	**Salida**: $\mathbf{Oc}_{Mb}$.
3	**Inicio**
4	**For** $i = 1$ **hasta** k
5	$\mathbf{Oc}_{Mb}(i) = \mathbf{CH}(i,1)\ or\ \mathbf{CH}(i,2)\ or\ \cdots\ or\ \mathbf{CH}(i,q)$
6	**Fin For**
7	**Retorna**: $\mathbf{Oc}_{Mb}$

Tabla 5.4. Algoritmo de Sensado de Espectro Cooperativo Grupal de Banda Ancha en FC

Escenario y Parámetros de Simulación

En la implementación de la simulación del algoritmo de sensado de espectro de banda ancha cooperativo propuesto se genera una señal multibanda de acuerdo con los parámetros de simulación que se muestran en la tabla 5.5.

Resultados de Simulación, Métricas, Caracterización y Comparación

Para evaluar el desempeño del algoritmo de sensado de espectro propuesto se utilizan como métricas la probabilidad de detección, analizadas en función de la relación señal a ruido de la multibanda generada y la curva de operación del receptor (ROC), comparadas con las métricas obtenidas de los algoritmos propuestos en Assra, et al. (2016); Qin, et al. (2016); Cohen, et al. (2015); Sun, et al. (2016); los resultados obtenidos se muestran en las figuras 5.10 a 5.13.

En la figura 5.10 se observa el desempeño del algoritmo propuesto contra el desempeño de los algoritmos de sensado de espectro cooperativo de banda ancha propuestos en Assra, et al. (2016); Qin, et al. (2016); Cohen, et al. (2015); Sun, et al. (2016); en la figura se puede apreciar que el desempeño de los algoritmos en Assra, et al. (2016); Qin, et al. (2016); Cohen, et al. (2015); Sun, et al. (2016) es inferior al alcanzado por el algoritmo propuesto en función de la probabilidad de detección, de la misma forma se aprecia la probabilidad de detección para el algoritmo propuesto es aproximadamente igual a 1 para valores de SNR superiores a -5dB.

Parámetro	Valor
Generación Señal Multibanda	
Ancho Banda Multibanda	$20MHz$
Modulación Señal Canal	$16QAM$
Tasa de Símbolos	$2Msps$
Factor Roll Off Filtro Tx	0.5
Tasa Muestreo Nyquist	$40MHz$
Número Muestras Multibanda (Nyquist)	2000
Frecuencias Portadoras	$3\ MHZ$ $6\ MHZ$ $9\ MHZ$ $12\ MHZ$ $15\ MHZ$ $18\ MHZ$
Muestreador Sub-Nyquist	
Número de Muestras Entrada	2000
Número de Muestras Salida	100
Algoritmo de Sensado de Banda Ancha	
Número de Usuarios Cooperativos por grupo	2

Tabla 5.5. Parámetros de Simulación

En la figura 5.11 puede observarse que el mejor desempeño en términos de las curvas de ROC es el correspondiente al algoritmo propuesto, esto debido a que el área bajo la curva del algoritmo es la mayor, lo cual indica la capacidad del algoritmo propuesto de identificar acertadamente los WS. Como se aprecia de igual manera en la figura 5.11, el algoritmo con peor desempeño es el propuesto por Sun, et al. (2016), ya que la curva ROC cubre una menor área que la correspondiente a los demás algoritmos. Considerando que los resultados ilustrados en la figura 5.11 corresponden a las curvas ROC de los algoritmos contrastados a una SNR de -3dB, se evidencia de nuevo que el algoritmo propuesto mejora significativamente el desempeño de los otros algoritmos en condiciones de baja SNR.

En la figura 5.12 se ilustra el desempeño del algoritmo propuesto en función de

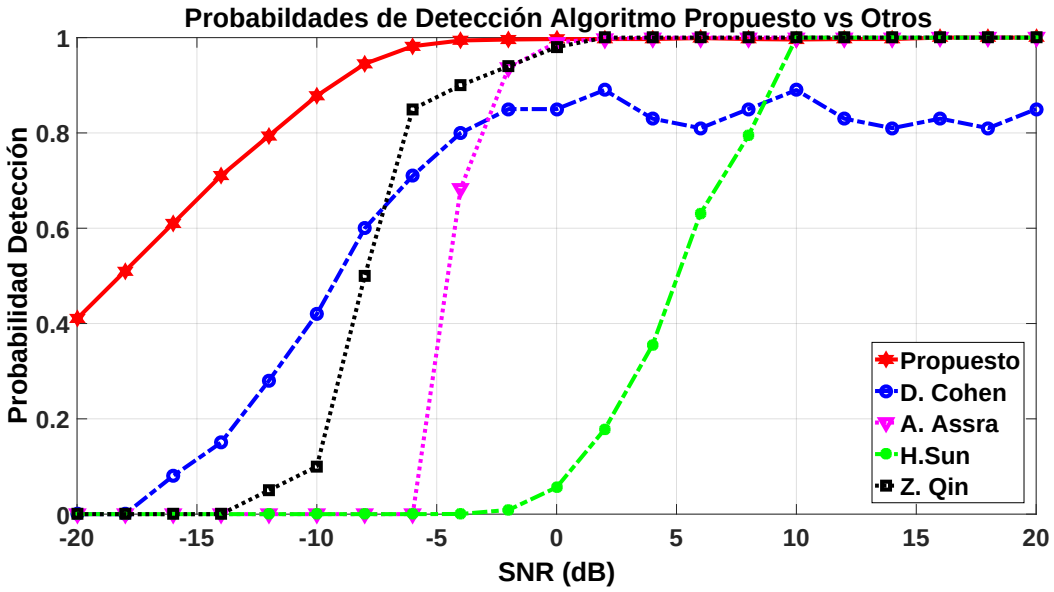

Figura 5.10. Desempeño Algoritmo Cooperativo Propuesto vs Otros Algoritmos de Sensado Cooperativo en Función de SNR.

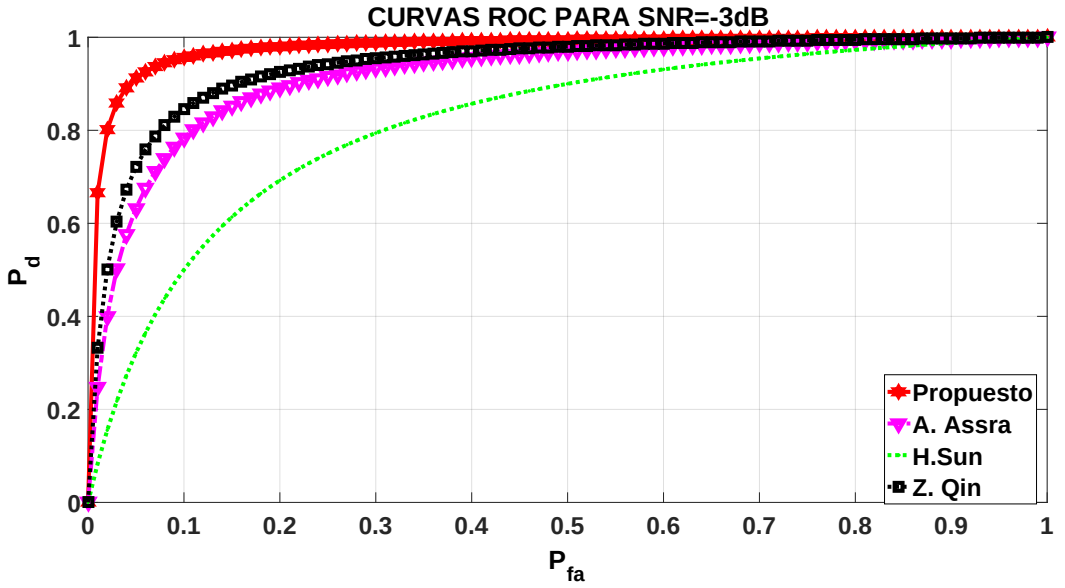

Figura 5.11. Curvas ROC para SNR = -3dB.

la probabilidad de detección contra la SNR de acuerdo al número de CRDs que cooperan en un grupo. Aquí puede apreciarse que en la medida que la cantidad de CRDs que cooperan es mayor, la SNR a la cual se alcanza una probabilidad de detección aproximadamente igual a uno disminuye, alcanzándose el desempeño objetivo en CR para el estándar 802.22 con una cantidad aproximada de 20 CRDs cooperantes en cada grupo.

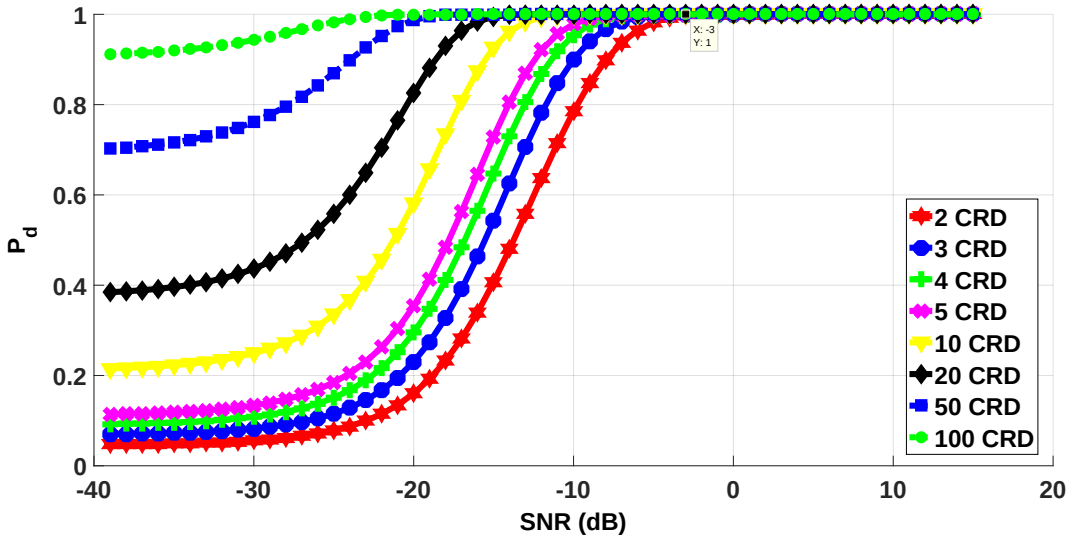

Figura 5.12. Probabilidad de Detección Contra SNR en Función del Número de CRDs Cooperantes por Grupo (Sub-bandas=6).

En la figura 5.13 se muestra el desempeño del algoritmo propuesto en función de la probabilidad de detección contra la SNR de acuerdo al número de sub-bandas definidas en la multibanda sensada. En esta, es posible evidenciar que en la medida que existe una mayor cantidad de sub-bandas en la multibanda disminuye el desempeño del algoritmo.

Análisis de Complejidad Computacional

La complejidad computacional del algoritmo propuesto puede analizarse en tres etapas. La primera etapa corresponde al sub-muestreo realizado con el RD, en el cual

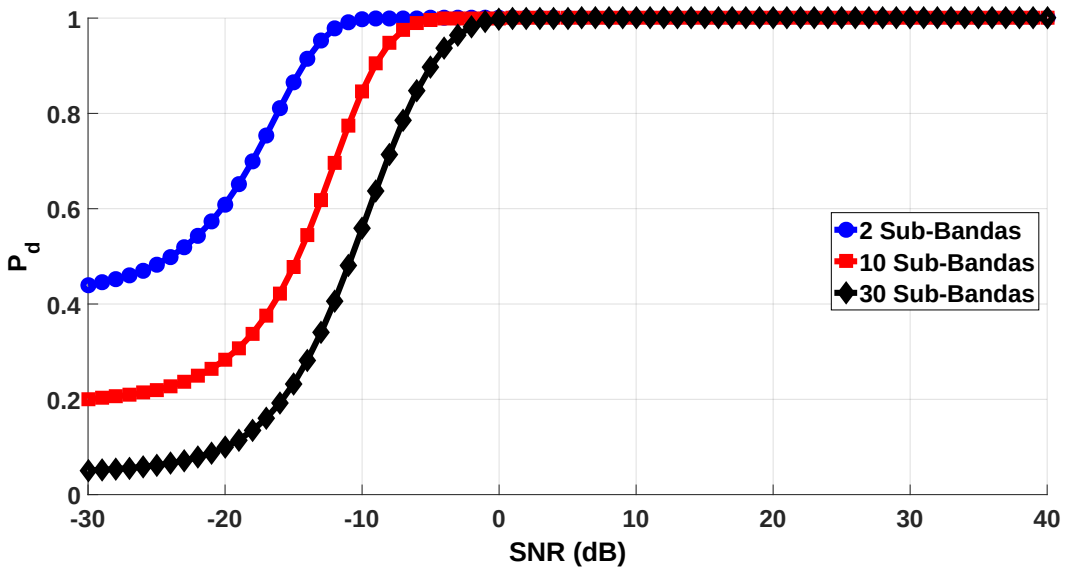

Figura 5.13. Probabilidad de Detección Contra SNR en Función del Número de Sub-Bandas en la Multibanda (CRDs Cooperantes =3 por Grupo).

se requieren una cantidad de Km multiplicaciones escalares (Mishali, et al., 2011). La segunda etapa en la cual se realiza el cálculo de la matriz de covarianza de las muestras, la cual se obtiene a partir de m^2 multiplicaciones escalares, luego se efectúa la reconstrucción de la matriz de covarianza de la señal, en el algoritmo descrito en la sección 4.3.6 se puede identificar que la operación de proyección se encuentra limitada por $O(mn^2)$ dado que $m < n$, la operación de selección del mejor producto externo tiene complejidad $O(n^2)$ ya que existen n^2 productos externos, la operación de selección de pesos tiene complejidad $O(m^2)$ ya que la mayor cantidad de operaciones la representa el producto de matrices de tamaño $(m \times m)$ del producto interno asociado al problema de optimización de mínimos cuadrados y finalizando esta etapa se encuentra la operación de actualización del residuo, la cual presenta complejidad $O(K^2)$; en conclusión, dado que la máxima complejidad de las operaciones realizadas en esta etapa es la asociada a la operación de proyección, luego la complejidad de la etapa completa es $O(mn^2)$. La tercera y última etapa es la correspondiente a la consolidación del sensado, en el cual, como se ilustra en las tablas 5.3 y 5.4, la operación de la estimación de la covarianza de la señal (etapa 2) presenta complejidad $O(mn^2)$, posteriormente las líneas 7 a 15 de la tabla 5.3 tienen

complejidad $n+1$ y dado que $n \gg k$ puede definirse la complejidad como $O(n)$, finalmente las líneas de la tabla 5.4 tienen complejidad k, con lo cual, se define como complejidad de la tercera etapa $O(mn^2)$.

En síntesis, la complejidad computacional de las tres etapas que conforman el método propuesto, será la máxima complejidad de las 3 etapas anteriores $O(mn^2) = max[Km, O(mn^2), O(mn^2)]$.

5.5 Conclusión

En este capítulo se proponen dos novedosos algoritmos de sensado de espectro, el primero es un algoritmo de sensado de espectro cooperativo de banda ancha en dispositivos de CR basado en compleción de matrices, el segundo es un algoritmo de sensado de espectro cooperativo de banda ancha en dispositivos de CR basado en la conformación de grupos de sensado de banda estrecha. En ambos casos, se demuestra que es posible realizar la función de sensado de espectro de banda ancha utilizando una cantidad de muestras menor a las obtenidas a la tasa de Nyquist, alcanzando un desempeño superior a otros algoritmos de sensado de espectro cooperativo propuestos en el estado del arte. Así mismo permite realizar la función de sensado de espectro de banda ancha de forma eficiente y cumpliendo con los requerimientos de CR respecto a detección confiable en condiciones de baja SNR.

Capítulo 6
Conclusiones y Trabajo Futuro

6.1 Conclusiones

Teniendo por motivación la necesidad de mejorar el desempeño del sensado de espectro de banda ancha en sistemas de radio cognitivo, basado en métricas como la probabilidad de detección, probabilidad de falsa alarma, probabilidad de omisión de detección y características operacionales del receptor, en este trabajo se analizaron los retos de la implementación del sensado de espectro de banda ancha en sistemas de radio cognitivo.

Implementar la función de sensado de espectro de banda ancha implica que al utilizar un procesamiento de la señal tradicional basado en muestreo a tasas iguales o superiores a la tasa de Nyquist requiere de un gran número de muestras a procesar, generando grandes tiempos de detección, altos consumos de energía y la necesidad de altas capacidades de procesamiento en los CRD.

Con base en las anteriores consideraciones, esta tesis se enfocó en realizar aportes que permitieran alcanzar los siguientes objetivos:

- Proponer un marco de referencia metodológico para abordar el problema abierto de sensado de espectro en redes de radio cognitivo desde la perspectiva del muestreo sub-Nyquist.

- Proponer algoritmos de sensado de espectro basados en la integración de

la(s) técnica(s) más relevante(s) de muestreo sub-Nyquist con las propiedades estadísticas de la matriz de muestras obtenidas del canal.

- Evaluar la eficiencia en el desempeño de los algoritmos propuestos frente a los algoritmos clásicos de sensado de espectro, basándose en métricas de probabilidad de omisión de detección y/o probabilidad de falsa alarma en condiciones de baja SNR.

Para alcanzar el primer objetivo (capítulo 3), se proponen dos marcos metodológicos, el primero para el desarrollo de algoritmos de sensado de espectro en sistemas de radio cognitivo y el segundo para el procesamiento de señales basada en sensado compresivo, los marcos metodológicos propuestos se validan mediante el desarrollo de un algoritmo de sensado de espectro de banda ancha basado en muestreo sub-nyquist, demostrándose que mediante las metodologías propuestas es posible realizar el desarrollo de la función de sensado de espectro de manera formal y eficiente, garantizando abordar adecuadamente los retos prácticos impuestos por la función de sensado de espectro concebida en el escenario de radio cognitivo.

El segundo objetivo se logra mediante la formulación de cuatro algoritmos de sensado de espectro de banda ancha (capítulos 4 y 5), dos de ellos locales de sensado energético de espectro de banda ancha basados en muestreo sub-nyquist (capítulo 4), el primero de ellos se basa en la recuperación de la estadística de Segundo orden de la señal multibanda en el canal, el segundo,se basa en sensado compresivo con dispositivos de CR con múltiples antenas; los otros dos cooperativos (capítulo 5), el primero es un algoritmo de sensado de espectro cooperativo de banda ancha en dispositivos de CR basado en compleción de matrices, el segundo es un algoritmo de sensado de espectro cooperativo de banda ancha en dispositivos de CR basado en la conformación de grupos de sensado de banda estrecha.

El tercer objetivo se consigue mediante la evaluación del desempeño de los algoritmos propuestos para lograr el segundo objetivo y descritos en los capítulos 4 y 5, en todos los casos se demuestra que es posible realizar la función de sensado de espectro de banda ancha utilizando una cantidad de muestras menor a las obtenidas a la tasa de Nyquist alcanzando un desempeño superior otros algoritmos propuestos en la actualidad basados en muestreo Nyquist y sub-Nyquist en régimen de baja SNR.

6.2 Trabajo Futuro

Aunque los resultados presentados en esta tesis han demostrado la efectividad de los algoritmos de sensado de espectro propuestos, existen otras oportunidades para ampliar el alcance de esta tesis. En esta sección se plantean algunos de los temas que se consideran de interés como trabajos futuros.

Propagación en canal no gausiano El impacto de los canales con desvanecimiento sobre el rendimiento de los algoritmos propuestos podría analizarse más ampliamente. Hasta el momento, el rendimiento de los algoritmos propuestos se ha analizado mediante simulación para las realizaciones del canal Gausiano. Evaluar el desempeño de los algoritmos propuestos sobre canales más realistas (con fenómeno de desvanecimiento o sombreado rápido) o considerando la disponibilidad de estimación de canal imperfecto sería de gran interés.

Utilización de otros algoritmos de reconstrucción El trabajo presentado en esta tesis se ha centrado únicamente en algoritmos iterativos de reconstrucción basados en CS y MC. El uso de diferentes estrategias de reconstrucción que pueden mejorar el rendimiento de los algoritmos propuestos podría ser objeto de estudios adicionales.

Criterio de parada para los algoritmos iterativos Respecto a los criterios de parada propuestos para de los algoritmos propuestos mediante reconstrucción basada en CS, es de mencionar que estos criterios de parada tienen un impacto importante en el rendimiento final. Por lo tanto, la atención centrada en la definición de un criterio de parada adecuado debe ser objeto de una mayor investigación.

Condiciones de recuperación y estabilidad matriz de sensado propuesta Es de gran importancia el establecer las condiciones y/o restricciones que debe satisfacer la matriz para garantizar una reconstrucción exacta de la señal sensada y a su vez convergencia de los algoritmos de reconstrucción, lo cual es de gran importancia como objeto de investigación.

Apéndice A

Sistema de Medición y Obtención de Señales Reales de Prueba

Este apéndice se describe la metodología utilizada para realizar las mediciones de densidad espectral de potencia en la banda comprendida entre los $470MHz$ a $506MHz$, así como los equipos y componentes necesarios para llevar a cabo las mediciones de la multibanda real de prueba para los algoritmos propuestos, incluyendo la configuración tanto hardware como software necesario para realizar medidas a lo largo de la banda de trabajo junto con el escenario de medición.

A.1 Metodología de la Medición

La metodología de medición se basa en la recomendación SM378-7 de la UIT y el Manual de Comprobación Técnico de Emisiones de la misma entidad.

Se establece un cuadrado de a lo menos 10λ de lado centrado en el punto a medir, que para el canal 13 corresponde a 0.6342m. Se registra la intensidad de campo eléctrico a 3m de altura sobre el suelo en los 4 vértices de dicho cuadrado y una quinta medición en el centro de éste. Si la varianza entre la intensidad de campo máxima y la mínima de los 4 puntos supera los 5 dB, se debe proceder a una sexta medición en un solo vértice de un cuadrado de a lo menos 20λ, también a 3 m de altura. La medición registrada final es el promedio aritmético de todas las mediciones anteriores. Las mediciones descritas se realizaron con el analizador de espectro AARONIA Spectran HF-60100 V4.

A.2 Equipos y Software de Medición

Bajo los conceptos de repetibilidad y reproducibilidad es necesario hacer una descripción precisa de los equipos utilizados, su disposición y configuración. Las características de los equipos utilizados en las campañas de medición se describen a continuación, conforme las descripciones técnicas de los fabricantes.

A.2.1 Analizador de Espectro AARONIA Spectran HF-60100

El analizador de espectros portátil Spectran HF-60100 V4 de AARONIA se muestra en la figura A.1, está basado en un método de análisis espectral completamente nuevo, permitiendo realizar mediciones de RF y de EMC con buena precisión, ya que ofrece una alta sensibilidad (HF-60100 V4 hasta -170 dBm) y permite analizar la detección de las fuentes de radiación electromagnética mediante el software de análisis espectral MCS para PC y MAC, de licencia gratuita y trabaja en tiempo real.

Figura A.1. Analizador de Espectro Espectran HF 60100.

A continuación se muestran las características más importantes del analizador

de espectro portátil Spectran HF-60100 V4.

- Rango de frecuencias: de $1MHz$ ($9kHz$ con la Opción 900) hasta $9,4GHz$
- Nivel de ruido promedio (DANL): $-155dBm(1Hz)$
- DANL con preamplificadores: $-170dBm(1Hz)$
- Nivel máximo de entrada AF: $+20dBm$ (opc. $+40dBm$)
- Tiempo de muestreo más corto: $1ms$
- Filtros de resolución (RBW): de $200Hz$ a $50MHz$
- Filtros CEM: $200Hz$, $9kHz$, $120kHz$, $200kHz$, $1,5MHz$, $5MHz$
- Unidades: dBm, $dB\mu V$, V/m, A/m, W/m^2($dB\mu V/m$,W/cm^2 etc. con software de PC)
- Detectores: RMS, Min/Max
- Demodulación: AM, FM, PM, GSM
- Entrada: 50 ohmios SMA RF
- Exactitud: $+/-1dB$
- Interfaz: USB 2.0/1.1

A.2.2 Antena Bicónica BicoLOG 20100E

La antena bicónica BicoLOG 20100E se muestra en la figura A.2, de alta precisión, sirve para mediciones de intensidad de campo y pruebas EMC de alta calidad. Los datos de calibración del equipo de medición pueden ser cargados directamente desde el software espectral MCS. La antena BicoLOG 20100E presenta un patrón de radiación radialmente isotrópico y posee una conexión mediante el cable SMA (SubMiniature versión A) estándar de 1 m (RG316U), el cual es un tipo de conector

Figura A.2. Antena Bicónica BicoLOG 20100E.

roscado para cable coaxial empleado en aplicaciones de microondas, útil hasta una frecuencia de 1 GHz con una impedancia característica de 50Ω.

A continuación se muestran las características más importantes de la antena bicónica BicoLOG 20100E.

- Diseño: bicónica (radialmente isotrópica)
- Rango de frecuencias: de $20MHz$ a $1GHz$
- Potencia máxima de salida: $100mW$ AM
- Impedancia nominal: 50 Ohm
- Ganancia (tip.): $-2dBi$ - $41dBi$
- Conexión RF: SMA o N (con adaptador)
- Puntos de calibración: 196 (intervalos de $5MHz$)

A.2.3 Software de Medición PC Analyzer Software MCS

El software de medición PC Analyzer Software MCS de Aaronia es un software avanzado de control y generación de informes para la serie Spectran de dispositivos analizadores de espectro de Aaronia. Esta herramienta incluye características de medición tales como:

- Control remoto en tiempo real de cualquier analizador de espectro Espectran .
- Soporte para múltiples ventanas
- Análisis espectral
- Grabación y reproducción
- Histograma
- Cascada
- Potencia por canal
- Calibración

La interfaz principal del software de medición PC Analyzer Software MCS de Aaronia se se muestra en la figura A.3.

A.3 Resultados de la Medición

Se mide la intensidad del campo eléctrico de la señal de la estación transmisora de DVB-T que cubre a la ciudad de Armenia en la banda comprendida entre $470MHz$ a $506MHz$ (canales 13 al 18), con las características de medición que se ilustran en la tabla A.1.

El punto para realizar la medición es una cancha de microfutbol con coordenadas $4^o33'53.248"N$, $75^o39'7.884"O$ (Google Earth confirmado con GPS) que proporciona el suficiente espacio para el montaje de los instrumentos de medición y la capacidad de desplazarse en las varias posiciones de la antena receptora de medición que

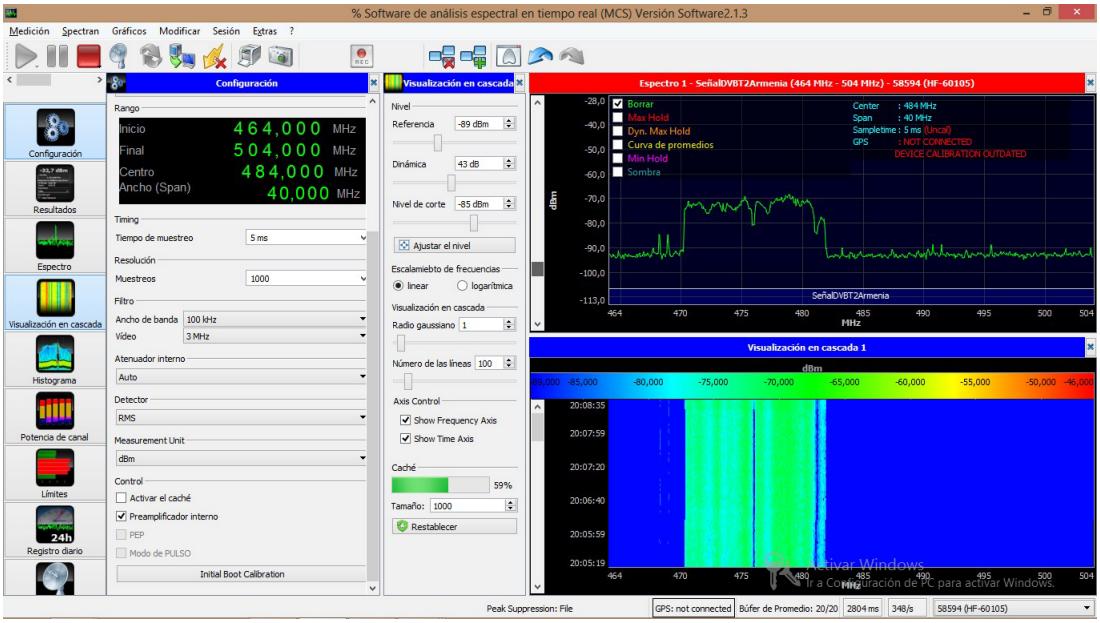

Figura A.3. Software de Medición PC Analyzer Software MCS.

Figura A.4. Mapa Punto de Medición.

	Tx	Rx
Latitud (grad, min, seg)	$4^o36'40.298"N$	$4^o33'53.248"N$
Longitud (grad, min, seg)	$75^o39'37.008"O$	$75^o39'7.884"O$
Altura s.n.m (m)	1691.4	1574.5
Frecuencia central	$488MHz$	$488MHz$
Rango de frecuencias (MHz)	$470MHz$ a $506MHz$	$470MHz$ a $506MHz$

Tabla A.1. Parámetros de Medición

requiere la Recomendación UIT-R SM378-7. La ubicación de la cancha se muestra en el mapa Google Maps de la figura A.4.

El perfil del trayecto se muestra en la figura A.5 con el rayo de propagación con sus zonas de Fresnel. Se puede observar que hay obstrucción de F1 en la vecindad del punto de medición.

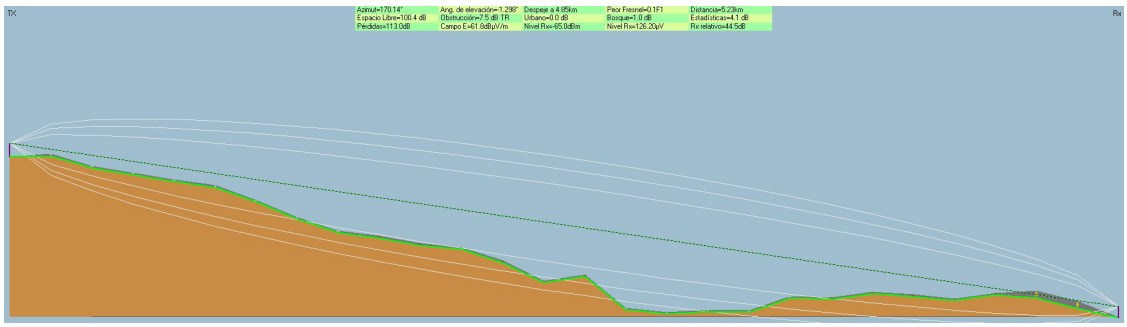

Figura A.5. Perfil Enlace Tx DVB-T a Punto de Medición.

Los datos de cada medición son almacenados en archivos planos e importados a MATLAB compuestos por una matriz de potencia por frecuencia, luego, cada fila de la matriz representa una traza de medición en la cual se almacena la potencia medida a cada frecuencia.

Se llevaron a cabo una serie de mediciones para ver la diferencia de usar un promediado directo (realizado por el analizador de espectros) de las mediciones y otras usando promediado indirecto por post-procesado (mediante el uso de MATLAB).

El promediado directo consiste en que el analizador, dentro de un rango de frecuencias especifico (span definido con frecuencia central definida) realiza una serie de mediciones y las va promediando una tras otra, en otras palabras toma muestras

iniciales, luego toma nuevas muestras, las promedia con las iniciales y este valor ahora pasa a ser las nuevas muestras iniciales, ejecuta este proceso hasta realizar la última medición, la cual es promediada y este último valor vendría a ser el valor final el cual es almacenado en la traza.

En cambio el promediado indirecto consiste en que el equipo realiza varias medidas, guardando las mediciones en trazas, al final se tendrá una matriz con todas las trazas. Luego haciendo uso de MATLAB, se realiza el promediado de las trazas.

El promediado de las trazas es realizado en dimensiones lineales, por lo cual se ha de pasar todos los valores medidos (dBm) a dimensiones lineales, luego se realiza el promediado, se guarda en una nueva traza y se pasan los resultados a dBm nuevamente.

Una vez hecha las mediciones, los datos fueron procesados con MATLAB, donde se observa que los resultados son prácticamente iguales. La señal real DVB-T2 adquirida de esta manera se muestra en la figura A.6

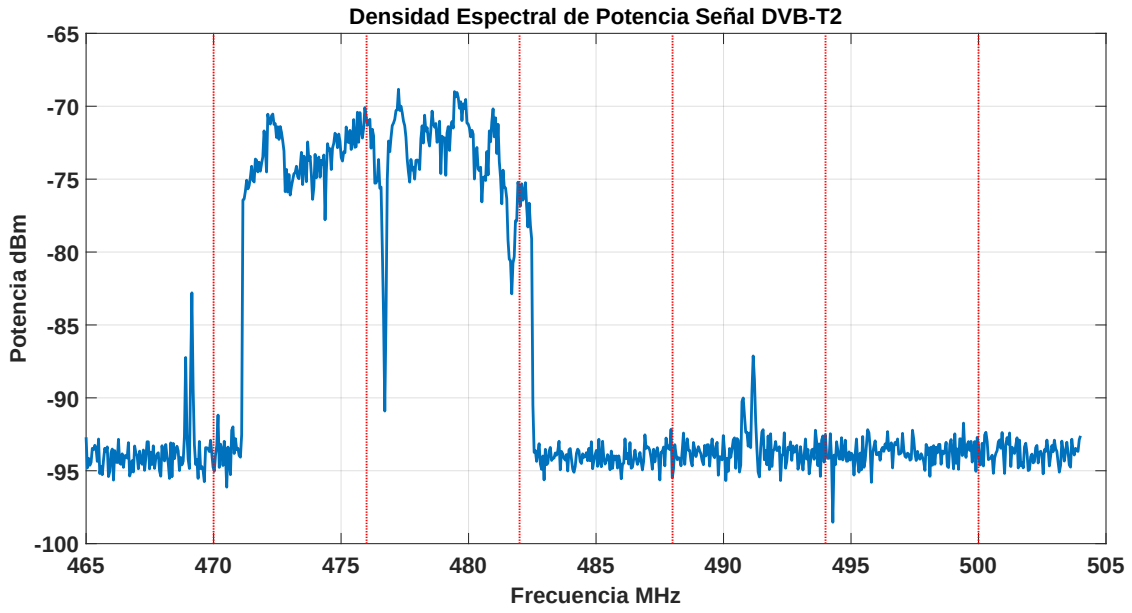

Figura A.6. Señal Multibanda DVB-T2 Adquirida Medición.

Finalmente, la señal DVB-T2 real adquirida se introduce a los algoritmos de sensado de espectro propuestos, obteniendo los resultados que se muestran en las figuras A.7 a A.9.

Al realizar el muestreo de la señal con el RD, el cual se implementa para tomar muestras con un factor de submuestreo igual a 20, se obtiene la señal muestreada que se muestra en la figura A.7.

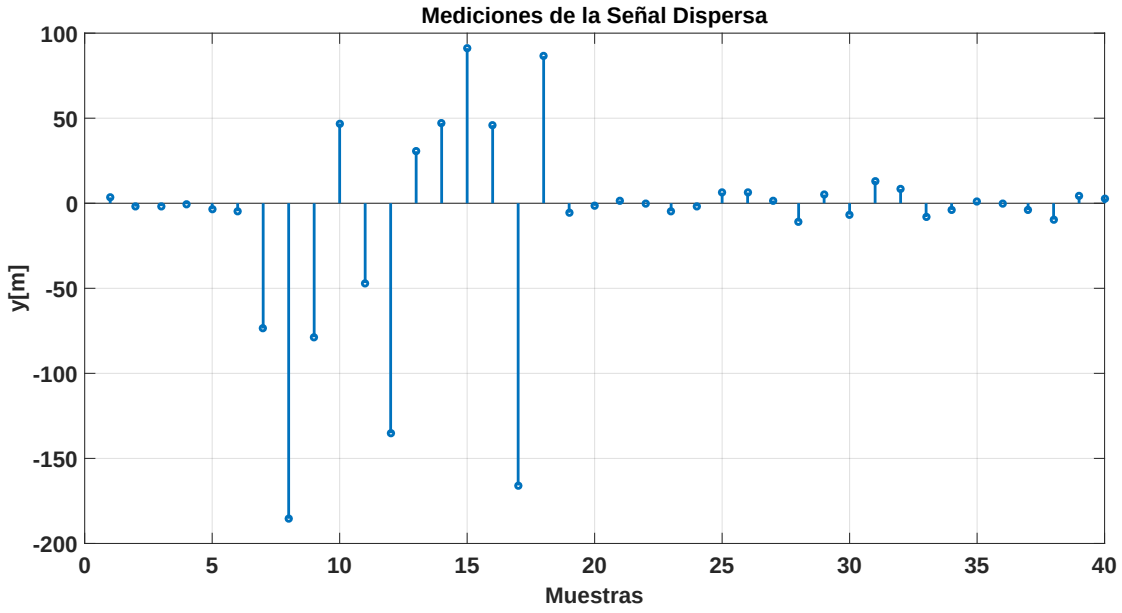

Figura A.7. Muestras Sub-Nyquist Señal Multibanda DVB-T2.

El algoritmo de sensado realiza la estimación de la señal dispersa en el canal obteniendo la señal reconstruida que se muestra en la figura A.8.

El proceso de sensado de espectro culmina con el la estimación e identificación descrita para cada algoritmo, el cual permite identificar los WS presentes en el multi-banda sensada. Los resultados del proceso se ilustran en la figura A.9.

El resultado final del proceso de sensado de espectro basado en la señal real DVB-T2 adquirida arroja una probabilidad de detección igual a 1 y probabilidades de omisión de detección y falsa alarma iguales a cero. Con lo anterior se valida y verifica el funcionamiento de los algoritmos propuestos en escenarios reales.

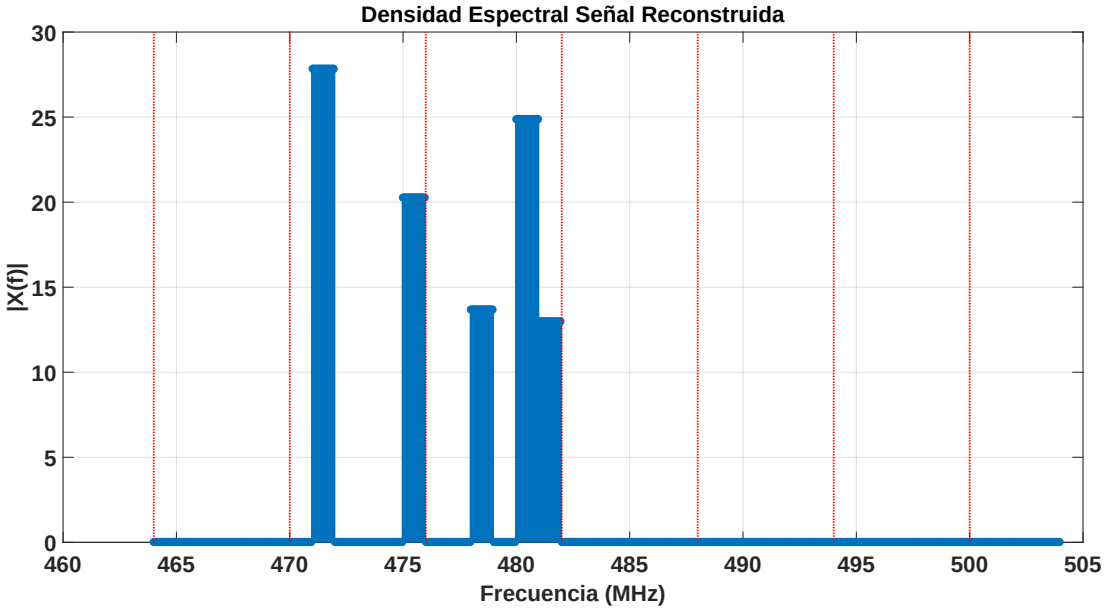

Figura A.8. Señal Multibanda DVB-T2 Reconstruida Algoritmo Sensado.

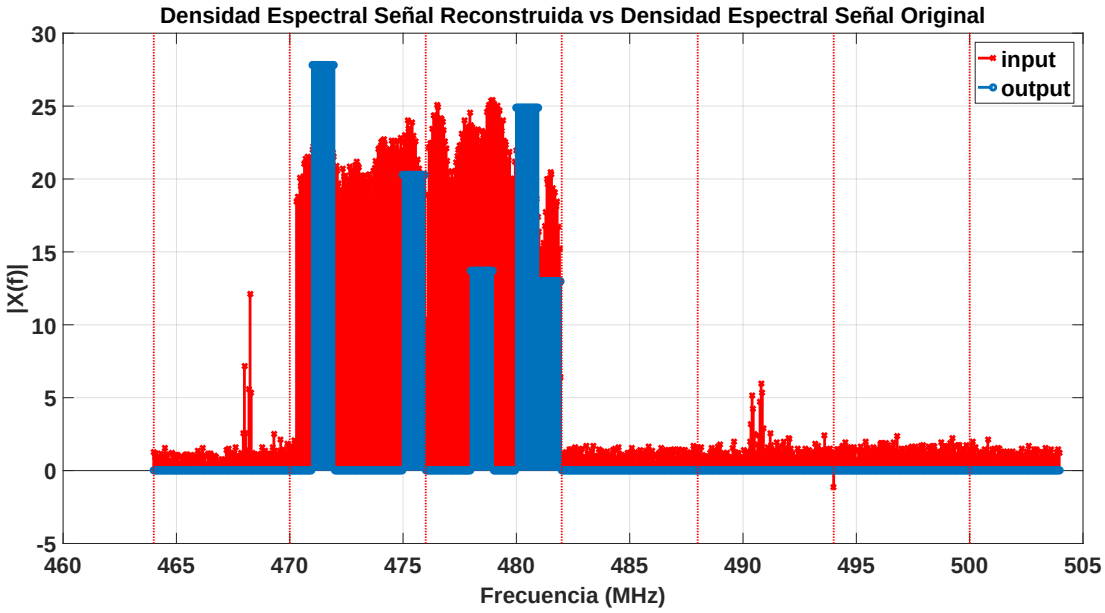

Figura A.9. Señal Multibanda Real DVB-T2 vs Señal Multibanda DVB-T2 Reconstruida.

Apéndice B
Cálculo Probabilidades

Este apéndice aborda los cálculos de las probabilidades de detección, falsa alarma y omisión de detección para cada uno de los métodos y/o algoritmos propuestos en el documento.

B.1 Sensado de Espectro de Banda Ancha Local Basado en Muestreo Sub-Nyquist En Dispositivos de Única Antena

Las probabilidades de detección P_{dj}, omisión de detección $P_m d_j$ y falsa alarma P_{fj} en la sub-banda j-ésima se definen como se indica en las ecuaciones B.1, B.2 y B.3.

$$P_{dj} = P(H_{1,j}/H_{1,j}) \tag{B.1}$$

$$P_{mdj} = P(H_{0,j}/H_{1,j}) = 1 - P_{dj} \tag{B.2}$$

$$P_{fj} = P(H_{1,j}/H_{0,j}) \tag{B.3}$$

Entendiendo como probabilidad de detección a aquella probabilidad de detección correcta de ocupación de una sub-banda o de presencia de señal de un PU en una sub-banda (decidir $H_{1,j}$ cuando $H_{1,j}$ es verdadero), por probabilidad de falsa

alarma se entiende la probabilidad asociada a detectar señal de un PU cuando en una sub-banda cuando realmente hay un espacio en blanco (decidir $H_{1,j}$ cuando $H_{0,j}$ es verdadero) y por probabilidad de omisión de detección se entiende aquella probabilidad asociada a detectar un espacio en blanco cuando en una sub-banda hay presencia de señal de un PU (decidir $H_{0,j}$ cuando $H_{1,j}$ es verdadero).

De acuerdo al teorema del límite central (Needell y Tropp, 2010), si el número de muestras es lo suficientemente grande (≥ 10 en la práctica), las estadísticas de la prueba (media y varianza) de $\mathcal{E}_j$ asociadas a las hipótesis $H_{0,j}$ y $H_{1,j}$ son normalmente distribuidas asintóticamente y dadas por las ecuaciones B.4 y B.5.

$$E(\mathcal{E}_j) = \begin{cases} 2N{\sigma_{nj}}^2 & : H_{0,j} \\ (SNR_j + N){\sigma_{nj}}^2 & : H_{1,j} \end{cases} \tag{B.4}$$

$$Var(\mathcal{E}_j) = \begin{cases} 2N{\sigma_{nj}}^4 & : H_{0,j} \\ 2(2SNR_j + N){\sigma_{nj}}^4 & : H_{1,j} \end{cases} \tag{B.5}$$

Con ${\sigma_{nj}}^2$ que denota la energía del ruido en la j-ésima sub-banda y SNR_j denota la relación señal a ruido en la j-ésima sub-banda.

Luego, las probabilidades de detección y falsa alarma en la j-ésima sub-banda pueden expresarse como se indica en las ecuaciones B.6 y B.7.

$$P_{dj} = Q[\frac{\mathcal{T}_{hj} - E(\mathcal{E}_j/H_{1,j})}{\sqrt{Var(\mathcal{E}_j/H_{1,j})}}] = Q[\frac{\mathcal{T}_{hj} - (SNR_j + N){\sigma_{nj}}^2}{\sqrt{2(2SNR_j + N){\sigma_{nj}}^4}}] \tag{B.6}$$

$$P_{fj} = Q[\frac{\mathcal{T}_{hj} - E(\mathcal{E}_j/H_{0,j})}{\sqrt{Var(\mathcal{E}_j/H_{0,j})}}] = Q[\frac{\mathcal{T}_{hj} - 2N{\sigma_{nj}}^2}{\sqrt{2N{\sigma_{nj}}^4}}] \tag{B.7}$$

donde

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} dt \tag{B.8}$$

Por lo tanto, el umbral de decisión $\mathcal{T}_{hj}$ para un valor específico de P_{fj} está dado por ecuación B.9.

$$\mathcal{T}_{hj} = Q^{-1}(P_{fj})\sqrt{2N{\sigma_{nj}}^4} + 2N{\sigma_{nj}}^2 \tag{B.9}$$

Finalmente, se propone calcular las probabilidades de las probabilidades de detección P_d, omisión de detección P_{md} y falsa alarma P_f de la multibanda de acuerdo a las ecuaciones B.10, B.11 y B.12.

$$P_d = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{Q[\frac{\mathcal{T}_{hj} - (SNR_j + N){\sigma_{nj}}^2}{\sqrt{2(2SNR_j + N){\sigma_{nj}}^4}}]\} \tag{B.10}$$

$$P_{md} = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hj} - (SNR_j + N){\sigma_{nj}}^2}{\sqrt{2(2SNR_j + N){\sigma_{nj}}^4}}]\} \tag{B.11}$$

$$P_f = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{Q[\frac{\mathcal{T}_{hj} - 2N{\sigma_{nj}}^2}{\sqrt{2N{\sigma_{nj}}^4}}]\} \tag{B.12}$$

B.2 Sensado de Espectro de Banda Ancha Local Basado en Muestreo Sub-Nyquist En Dispositivos de Múltiples Antenas

Las probabilidades de detección P_{dj}, omisión de detección $P_m d_j$ y falsa alarma P_{f_j} en la sub-banda j-ésima se definen como se indica en las ecuaciones B.13, B.14 y B.15.

$$P_{dj} = P(H_{1,j}/H_{1,j}) \tag{B.13}$$

$$P_{mdj} = P(H_{0,j}/H_{1,j}) = 1 - P_{dj} \tag{B.14}$$

$$P_{f_j} = P(H_{1,j}/H_{0,j}) \tag{B.15}$$

Entendiendo como probabilidad de detección a aquella probabilidad de detección correcta de ocupación de una sub-banda o de presencia de señal de un PU en una sub-banda (decidir $H_{1,j}$ cuando $H_{1,j}$ es verdadero), por probabilidad de falsa alarma se entiende la probabilidad asociada a detectar señal de un PU cuando en una sub-banda cuando realmente hay un espacio en blanco (decidir $H_{1,j}$ cuando $H_{0,j}$ es verdadero) y por probabilidad de omisión de detección se entiende aquella

probabilidad asociada a detectar un espacio en blanco cuando en una sub-banda hay presencia de señal de un PU (decidir $H_{0,j}$ cuando $H_{1,j}$ es verdadero).

De acuerdo al teorema del límite central (Gendenko y Kolmogorov, 1954), si el número de muestras es lo suficientemente grande (≥ 10 en la práctica), las estadísticas de la prueba (media y varianza) de $\mathcal{E}_{i,j}$ asociadas a las hipótesis $H_{0,j}$ y $H_{1,j}$ son normalmente distribuidas asintóticamente y dadas por las ecuaciones B.16 y B.17.

$$E(\mathcal{E}_{i,j}) = \begin{cases} 2N{\sigma_{ni,j}}^2 & : H_{0,j} \\ (SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^2 & : H_{1,j} \end{cases} \tag{B.16}$$

$$Var(\mathcal{E}_{i,j}) = \begin{cases} 2N{\sigma_{ni,j}}^4 & : H_{0,j} \\ 2(2SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^4 & : H_{1,j} \end{cases} \tag{B.17}$$

Con ${\sigma_{ni,j}}^2$ que denota la energía del ruido en la i-ésima antena j-ésima sub-banda y $SNR_{i,j}$ denota la relación señal a ruido en la i-ésima antena j-ésima sub-banda.

Luego, las probabilidades de detección y falsa alarma en la i-ésima antena j-ésima sub-banda pueden expresarse como se indica en las ecuaciones B.18 y B.19.

$$P_{di,j} = Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - E(\mathcal{E}_{i,j}/H_{1,j})}{\sqrt{Var(\mathcal{E}_{i,j}/H_{1,j})}}] = Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - (SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2(2SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^4}}] \tag{B.18}$$

$$P_{f_{i,j}} = Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - E(\mathcal{E}_{i,j}/H_{0,j})}{\sqrt{Var(\mathcal{E}_{i,j}/H_{0,j})}}] = Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - 2N{\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2N{\sigma_{ni,j}}^4}}] \tag{B.19}$$

donde

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} dt \tag{B.20}$$

Por lo tanto, el umbral de decisión $\mathcal{T}_{hi,j}$ para un valor específico de $P_{f_{i,j}}$ está dado por ecuación B.21.

$$\mathcal{T}_{hi,j} = Q^{-1}(P_{f_{i,j}})\sqrt{2N{\sigma_{ni,j}}^4} + 2N{\sigma_{ni,j}}^2 \tag{B.21}$$

Posteriormente, se procede a decidir de forma conjunta la ocupación por sub-banda mediante regla OR entre las decisiones preliminares en cada antena. De acuerdo a la regla de decisión OR, cuando al menos en una de las q versiones de la sub-banda (una versión por antena) se detecta ocupación, la decisión final es que la sub-banda se encuentra ocupada. Por lo tanto las probabilidades de detección y falsa alarma por sub-banda finales se expresan de acuerdo a las ecuaciones B.22 y B.23.

$$P_{dj} = 1 - \prod_{i=1}^{q}(1 - P_{di,j}) \tag{B.22}$$

$$P_{f_j} = 1 - \prod_{i=1}^{q}(1 - P_{f_{i,j}}) \tag{B.23}$$

Luego, las probabilidades de detección P_{dj}, omisión de detección P_{mdj} y falsa alarma P_{f_j} en la sub-banda j-ésima se definen de acuerdo a las ecuaciones B.24, B.25 y B.26.

$$P_{dj} = 1 - \prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - (SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2(2SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^4}}]) \tag{B.24}$$

$$P_{mdj} = \prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - (SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2(2SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^4}}]) \tag{B.25}$$

$$P_{f_j} = 1 - \prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - 2N{\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2N{\sigma_{ni,j}}^4}}]) \tag{B.26}$$

Finalmente, se propone calcular las probabilidades de las probabilidades de detección P_d, omisión de detección P_{md} y falsa alarma P_f de la multibanda de acuerdo a las ecuaciones B.27, B.28 y B.29.

$$P_d = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{1 - \prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - (SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2(2SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^4}}])\} \tag{B.27}$$

$$P_{md} = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{\prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - (SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2(2SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^4}}])\} \tag{B.28}$$

$$P_f = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{1 - \prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - 2N{\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2N{\sigma_{ni,j}}^4}}])\} \tag{B.29}$$

B.3 Sensado de Espectro de Banda Ancha Centralizado Basado en Muestreo Nyquist Incompleto

Las probabilidades de detección P_{dj}, omisión de detección $P_m d_j$ y falsa alarma P_{f_j} en la sub-banda j-ésima se definen como se indica en las ecuaciones B.30, B.31 y B.32.

$$P_{dj} = P(H_{1,j}/H_{1,j}) \tag{B.30}$$

$$P_{mdj} = P(H_{0,j}/H_{1,j}) = 1 - P_{dj} \tag{B.31}$$

$$P_{f_j} = P(H_{1,j}/H_{0,j}) \tag{B.32}$$

Entendiendo como probabilidad de detección a aquella probabilidad de detección correcta de ocupación de una sub-banda o de presencia de señal de un PU en una sub-banda (decidir $H_{1,j}$ cuando $H_{1,j}$ es verdadero), por probabilidad de falsa alarma se entiende la probabilidad asociada a detectar señal de un PU cuando en una sub-banda cuando realmente hay un espacio en blanco (decidir $H_{1,j}$ cuando $H_{0,j}$ es verdadero) y por probabilidad de omisión de detección se entiende aquella probabilidad asociada a detectar un espacio en blanco cuando en una sub-banda hay presencia de señal de un PU (decidir $H_{0,j}$ cuando $H_{1,j}$ es verdadero).

De acuerdo al teorema del límite central (Gendenko y Kolmogorov, 1954), si el número de muestras es lo suficientemente grande (≥ 10 en la práctica), las estadísticas de la prueba (media y varianza) de $\mathcal{E}_{i,j}$ asociadas a las hipótesis $H_{0,j}$ y $H_{1,j}$ son normalmente distribuidas asintóticamente y dadas por las ecuaciones B.33 y B.34.

$$E(\mathcal{E}_{i,j}) = \begin{cases} 2N{\sigma_{ni,j}}^2 & : H_{0,j} \\ (SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^2 & : H_{1,j} \end{cases} \tag{B.33}$$

$$Var(\mathcal{E}_{i,j}) = \begin{cases} 2N{\sigma_{ni,j}}^4 & : H_{0,j} \\ 2(2SNR_{i,j}+N){\sigma_{ni,j}}^4 & : H_{1,j} \end{cases} \tag{B.34}$$

Con ${\sigma_{ni,j}}^2$ que denota la energía del ruido en el i-ésimo CRD en la j-ésima sub-banda y $SNR_{i,j}$ denota la relación señal a ruido en el i-ésimo CRD j-ésima sub-banda.

Luego, las probabilidades de detección y falsa alarma en el i-ésimo CRD en la j-ésima sub-banda pueden expresarse como se indica en las ecuaciones B.35 y B.36.

$$P_{di,j} = Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - E(\mathcal{E}_{i,j}/H_{1,j})}{\sqrt{Var(\mathcal{E}_{i,j}/H_{1,j})}}] = Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - (SNR_{i,j}+N){\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2(2SNR_{i,j}+N){\sigma_{ni,j}}^4}}] \tag{B.35}$$

$$P_{f_{i,j}} = Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - E(\mathcal{E}_{i,j}/H_{0,j})}{\sqrt{Var(\mathcal{E}_{i,j}/H_{0,j})}}] = Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - 2N{\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2N{\sigma_{ni,j}}^4}}] \tag{B.36}$$

donde

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} dt \tag{B.37}$$

Por lo tanto, el umbral de decisión $\mathcal{T}_{hi,j}$ para un valor específico de $P_{f_{i,j}}$ está dado por ecuación B.38.

$$\mathcal{T}_{hi,j} = Q^{-1}(P_{f_{i,j}})\sqrt{2N{\sigma_{ni,j}}^4} + 2N{\sigma_{ni,j}}^2 \tag{B.38}$$

Posteriormente, se procede a decidir de forma conjunta la ocupación por sub-banda mediante regla OR entre las decisiones preliminares de cada CRD. De acuerdo a la regla de decisión OR, cuando al menos en una de las q versiones de la sub-banda (una versión por CRD) se detecta ocupación, la decisión final es que la sub-banda se encuentra ocupada. Por lo tanto las probabilidades de detección y falsa alarma por sub-banda finales se expresan de acuerdo a las ecuaciones B.39 y B.40.

$$P_{dj} = 1 - \prod_{i=1}^{q}(1 - P_{di,j}) \tag{B.39}$$

$$P_{f_j} = 1 - \prod_{i=1}^{q}(1 - P_{f_{i,j}}) \tag{B.40}$$

Luego, las probabilidades de detección P_{dj}, omisión de detección P_{mdj} y falsa alarma P_{f_j} en la sub-banda j-ésima se definen de acuerdo a las ecuaciones B.41, B.42 y B.43.

$$P_{dj} = 1 - \prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - (SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2(2SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^4}}]) \tag{B.41}$$

$$P_{mdj} = \prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - (SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2(2SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^4}}]) \tag{B.42}$$

$$P_{f_j} = 1 - \prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - 2N{\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2N{\sigma_{ni,j}}^4}}]) \tag{B.43}$$

Finalmente, se propone calcular las probabilidades de las probabilidades de detección P_d, omisión de detección P_{md} y falsa alarma P_f de la multibanda de acuerdo a las ecuaciones B.44, B.45 y B.46.

$$P_d = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{1 - \prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - (SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2(2SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^4}}])\} \tag{B.44}$$

$$P_{md} = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{\prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - (SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2(2SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^4}}])\} \tag{B.45}$$

$$P_f = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{1 - \prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - 2N{\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2N{\sigma_{ni,j}}^4}}])\} \tag{B.46}$$

B.4 Sensado de Espectro de Banda Ancha Basado en Sensado de Espectro de Banda Estrecha, Muestreo Sub-Nyquist y Cooperación Centralizada de Grupos

Las probabilidades de detección $P_{di,j}$, omisión de detección $P_m d_{i,j}$ y falsa alarma $P_{f_{i,j}}$ en la sub-banda j-ésima se definen como se indica en las ecuaciones B.47, B.48 y B.49.

$$P_{di,j} = P(H_{1,i,j}/H_{1,i,j}) \tag{B.47}$$

$$P_{mdi,j} = P(H_{0,i,j}/H_{1,i,j}) = 1 - P_{di,j} \tag{B.48}$$

$$P_{f_{i,j}} = P(H_{1,i,j}/H_{0,i,j}) \tag{B.49}$$

Entendiendo como probabilidad de detección a aquella probabilidad de detección correcta de ocupación de una sub-banda o de presencia de señal de un PU en una sub-banda (decidir $H_{1,i,j}$ cuando $H_{1,i,j}$ es verdadero), por probabilidad de falsa alarma se entiende la probabilidad asociada a detectar señal de un PU cuando en una sub-banda cuando realmente hay un espacio en blanco (decidir $H_{1,i,j}$ cuando $H_{0,i,j}$ es verdadero) y por probabilidad de omisión de detección se entiende aquella probabilidad asociada a detectar un espacio en blanco cuando en una sub-banda hay presencia de señal de un PU (decidir $H_{0,i,j}$ cuando $H_{1,i,j}$ es verdadero).

De acuerdo al teorema del límite central (Gendenko y Kolmogorov, 1954), si el número de muestras es lo suficientemente grande (≥ 10 en la práctica), las estadísticas de la prueba (media y varianza) de $\mathcal{E}_{i,j}$ asociadas a las hipótesis $H_{0,i,j}$ y $H_{1,i,j}$ son normalmente distribuidas asintóticamente y dadas por las ecuaciones B.50 y B.51.

$$E(\mathcal{E}_{i,j}) = \begin{cases} 2N{\sigma_{ni,j}}^2 & : H_{0,i,j} \\ (SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^2 & : H_{1,i,j} \end{cases} \tag{B.50}$$

$$Var(\mathcal{E}_{i,j}) = \begin{cases} 2N{\sigma_{ni,j}}^4 & : H_{0,i,j} \\ 2(2SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^4 & : H_{1,i,j} \end{cases} \tag{B.51}$$

Con ${\sigma_{ni,j}}^2$ que denota la energía del ruido en el i-ésimo CRD j-ésima sub-banda y $SNR_{i,j}$ denota la relación señal a ruido en el i-ésimo CRD j-ésima sub-banda.

Luego, las probabilidades de detección y falsa alarma del i-ésimo CRD en la j-ésima sub-banda pueden expresarse como se indica en las ecuaciones B.52 y B.53.

$$P_{di,j} = Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - E(\mathcal{E}_{i,j}/H_{1,i,j})}{\sqrt{Var(\mathcal{E}_{i,j}/H_{1,i,j})}}] = Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - (SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2(2SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^4}}] \tag{B.52}$$

$$P_{f_{i,j}} = Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - E(\mathcal{E}_{i,j}/H_{0,i,j})}{\sqrt{Var(\mathcal{E}_{i,j}/H_{0,i,j})}}] = Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - 2N{\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2N{\sigma_{ni,j}}^4}}] \tag{B.53}$$

donde

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} dt \tag{B.54}$$

Por lo tanto, el umbral de decisión $\mathcal{T}_{hi,j}$ para un valor específico de $P_{f_{i,j}}$ está dado por ecuación **??**.

$$\mathcal{T}_{hi,j} = Q^{-1}(P_{f_{i,j}})\sqrt{2N{\sigma_{ni,j}}^4} + 2N{\sigma_{ni,j}}^2 \tag{B.55}$$

Posteriormente, se procede a decidir de forma conjunta la ocupación por sub-banda mediante regla OR entre las decisiones preliminares de cada CRD. De acuerdo a la regla de decisión OR, cuando al menos en una de las q versiones de la sub-banda (una versión por CRD) se detecta ocupación, la decisión final es que la sub-banda se encuentra ocupada. Por lo tanto las probabilidades de detección y falsa alarma por sub-banda finales se expresan de acuerdo a las ecuaciones B.56 y B.57.

$$P_{dj} = 1 - \prod_{i=1}^{q}(1 - P_{di,j}) \tag{B.56}$$

$$P_{f_j} = 1 - \prod_{i=1}^{q}(1 - P_{f_{i,j}}) \tag{B.57}$$

Luego, las probabilidades de detección P_{dj}, omisión de detección P_{mdj} y falsa alarma P_{f_j} en la sub-banda j-ésima se definen de acuerdo a las ecuaciones B.58, B.59 y B.60.

$$P_{dj} = 1 - \prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - (SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2(2SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^4}}]) \tag{B.58}$$

$$P_{mdj} = \prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - (SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2(2SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^4}}]) \tag{B.59}$$

$$P_{f_j} = 1 - \prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - 2N{\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2N{\sigma_{ni,j}}^4}}]) \tag{B.60}$$

Finalmente, se propone calcular las probabilidades de las probabilidades de detección P_d, omisión de detección P_{md} y falsa alarma P_f de la multibanda de acuerdo a las ecuaciones B.61, B.62 y B.63.

$$P_d = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{1 - \prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - (SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2(2SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^4}}])\} \tag{B.61}$$

$$P_{md} = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{\prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - (SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2(2SNR_{i,j} + N){\sigma_{ni,j}}^4}}])\} \tag{B.62}$$

$$P_f = \frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\{1 - \prod_{i=1}^{q}(1 - Q[\frac{\mathcal{T}_{hi,j} - 2N{\sigma_{ni,j}}^2}{\sqrt{2N{\sigma_{ni,j}}^4}}])\} \tag{B.63}$$

Referencias

Achlioptas D. (2003) Database-friendly random projections: Johnson-Lindenstrauss with binary coins. *Special issue on PODS 2001 (Santa Barbara, CA). J Comput Syst Sci*, Vol. 66, pp. 671–687, 2003.

Arianandа D., Lakshmanan M. y Nikookar H. (2009). survey on spectrum sensing techniques for cognitive radio. *Second International Workshop on Cognitive Radio and Advanced Spectrum Management*, pp. 74–79, May 2009.

Assra A., Yang J. y Champagne B. (2016) An EM Approach for Cooperative Spectrum Sensing in Multiantenna CR Networks. *IEEE Transactions On Vehicular Technology*, Vol. 65, No. 3, pp. 1229 - 1243, March 2016.

Astaiza E., Jojoa P.E., Bermúdez H.F., (2015). Compressive sensing: a methodological approach to an efficient signal processing. *Revista DYNA*, pp. 203 – 210, Aug. 2015.

Baraniuk R., (2007). Compressive sensing. *IEEE Signal Processing Magazine*, pp. 118-121, July 2007.

Baraniuk R., Davenport M., DeVore R. y Wakin M. (2008) A simple proof of the restricted isometry property for random matrices. *Springer Constructive Approximation*, Vol. 28, No. 3, pp. 253–263, 2008.

Beck C. y D'Andrea R. (1998) Computational study and comparisons of LFT reducibility methods. *Proceedings of IEEE American Control Conference*, 1998.

Becker S., Bobin J. y Candès E. (2011) NESTA: A fast and accurate first-order method for sparse recovery. *SIAM Journal on Image Sciences*, Vol. 4, No. 1, pp. 1–39, 2011.

Becker S., Candès E. y Grant M. (2011) Templates for convex cone problems with applications to sparse signal recovery. *SIAM Journal on Math Programming and Computers*, Vol. 3, No. 3, pp. 165–218, 2011.

Ben-Haim Z., Eldar Y. C. y Elad M. (2010) Coherence-based performance guarantees for estimating a sparse vector under random noise. *IEEE Transactions On Signal Processing*, Vol. 58, No. 10, pp. 5030–5043, 2010.

Boroujeny B. F. (2008). Filter bank spectrum sensing for cognitive radios. *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 56, no. 5, pp. 1801-1811, 2008.

Bourgain J., Dilworth S., Ford K., Konyagin S. y Kutzarova, D. (2011) Explicit constructions of RIP matrices and related problems. *Duke Math Journal*, Vol. 159, No. 1, pp. 145–185, 2011.

Cabric D., Mishra S.M., y Brodersen R.W. (2004). Implementation issues in spectrum sensing for cognitive radios. Proc. 38th. *Asilomar Conf. Signals Systems*. pp. 772–776, 2004.

Cabric D., Tkachenko A. y Brodersen R. W. (2006) Spectrum sensing measurements of pilot, energy, and collaborative detection. *IEEE Military Communications conference*, pp. 1-7, 2006.

Cai J.F., Candès E. J.y Shen Z., (2010). A Singular Value Thresholding Algorithm For Matrix Completion. *SIAM Journal on Optimization*, vol.20, Iss. 4, pp. 1956–1982, 2010.

Candes E. J. y Recht B., (2008). Exact Matrix Completion via Convex Optimization. *46th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing*, pp. 806 - 812, 2008.

Candès E., y Tao T. (2005) Decoding by linear programming. *IEEE Transactions On Information Theory*, Vol. 51, No. 12, pp. 4203–4215, 2005.

Candés E. y Tao T. (2006) Near optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies. *IEEE Transactions On Information Theory*, Vol. 52, No. 12, pp. 5406–5425, 2006.

Candès E. y Tao T. (2010) The power of convex relaxation: Nearoptimal matrix completion. *IEEE Transactions On Information Theory*, Vol. 56, No. 5, pp. 2053 - 2080, 2010.

Candès E. J., Tao J. T. y Romberg J. (2006) Robust Uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. *IEEE Transactions On Information Theory*, Vol. 52, No. 2, pp. 489–509, 2006.

Chartrand R. (2007) Exact reconstruction of sparse signals via nonconvex minimization. *IEEE Transactions On Signal Processing Letters*, Vol. 14, No. 10, pp. 707–710, 2007.

Chen S. S., Donoho D. L. y Saunders M. A. (2001) Atomic decomposition by Basis Pursuit. *SIAM Magazine*, Vol. 43, No. 1, pp. 129–159, 2001.

Chen H. S., Gao W. y Daut D. G. (2007) Signature based spectrum sensing algorithms for IEEE 802.22 WRAN. *IEEE International Conference on Communications*, pp. 6487 - 6492, 2007.

Chistov A. L. y Grigoriev D. Yu. (1984) Complexity of quantifier elimination in the theory of algebraically closed fields. *Springer Proceedings of the 11th Symposium on Mathematical Foundations of Computer Science*, Vol. 176, pp. 17–31, 1984.

Cohen D., Akiva A., Avraham B., Patterson S. y Eldar Y. C. (2015) Distributed Cooperative Spectrum Sensing from Sub-Nyquist Samples for Cognitive Radios. *2015 IEEE 16th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)*, pp. 336 - 340, 2015.

Cohen D., Akiva A., Avraham B. y Eldar Y.C. (2015) Centralized Cooperative Spectrum Sensing from Sub-Nyquist Samples for Cognitive Radios . *IEEE Cognitive Radio and Networks Symposium*, pp. 7486-7491, 2015.

Cohen A., Dahmen W. y DeVore R. (2009) Compressed sensing and best k-term approximation. *Journal of the American Mathematical Society*, Vol. 22, No. 1, pp. 211-231, 2009.

Damavandi M.A. y Nader-Esfahani S. (2015) Compressive Wideband Spectrum Sensing in Cognitive Radio Systems Based on Cyclostationary Feature Detection. *IEEE International Conference on Next Generation Mobile Applications, Services and Technologies*, pp. 282 - 287, 2015.

Das P. y Jayaweera S. K.(2015) Robust Wideband Spectrum Sensing with Compressive Sampling in Cognitive Radios. *IEEE International Conference on Vehicular Technology Conference (VTC Fall)*, pp. 1 - 5, 2015.

Da Silva C., Choi B. y Kim K.(2007) Distributed Spectrum Sensing for Cognitive Radio Systems. *Information Theory and Applications Workshop*, pp. 120–123, 2007.

Davenport M. (2010) Random observations on random observations: Sparse signal acquisition and processing. *PhD thesis, Rice University*, 2010.

Davenport M. y Wakin M. (2010) Analysis of orthogonal matching pursuit using the restricted isometry property. *IEEE Transactions On Information Theory*, Vol. 56, No. 9, pp. 4395–4401, 2010.

Derakhtian M., Izedi F., Sheikhi A. y Neinavaie M. (2012) Cooperative wideband spectrum sensing for cognitive radio networks in fading channels. *IET Signal Processing*, Vol. 6, Iss. 3, pp. 227–238, 2012.

DeVore R. A. (1998) Nonlinear approximation. *Cambridge University Press*, 1998.

DeVore R. (2007) Deterministic constructions of compressed sensing matrices. *Journal Complex*, Vol. 23, No. 4, pp. 918–925, 2007.

Digham F., Alouini M.S. y Simon M. K. (2007). On the energy detection of unknown signals over fading channels. *IEEE Transactions on Communications* , vol. 55, no. 1, pp. 21–24, Jan. 2007.

Dikmese S., Sofotasios P. C., Renfors M. y Valkama M. (2016) Subband Energy Based Reduced Complexity Spectrum Sensing Under Noise Uncertainty and Frequency-Selective Spectral Characteristics. *IEEE Transactions On Signal Processing*, Vol. 64, No. 1, pp. 131 - 145, Jan. 2016.

Donoho D.L., (2006). Compressed sensing. *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 52, pp. 1289–1306, 2006.

Donoho D. y Elad M. (2003) Optimally sparse representation in general (nonorthogonal) dictionaries via L1 minimization. *Proceedings of National Academy of Sciences*, Vol. 100, , No. 5, pp. 2197–2202, 2003.

Donoho D., Elad M. y Temlyahov V. (2006) Stable recovery of sparse overcomplete representations in the presence of noise. *IEEE Transactions On Information Theory*, Vol. 52, No. 1, pp. 6–18, 2006.

Dubey R. K. y Verma G. (2015) Improved Spectrum Sensing for Cognitive Radio based on Adaptive Threshold. *IEEE 2015 Second International Conference on Advances in Computing and Communication Engineering*, pp. 253 - 256, 2015.

Elnahas O. y Elsabrouty M. (2016) Wideband spectrum sensing technique based on multitask compressive sensing. *2016 IEEE Symposium on Computers and Communication (ISCC)*, pp. 849 - 854, 2016.

ET Docket No. 04-186, DA 11-131 (2011) ET Docket No. 04-186, DA 11-131. *FCC Second Memorandum Opinion and Order*, 2011.

Fazel M. (2002) Matrix Rank Minimization with Applications. *PhD thesis, Stanford University*, 2002.

Fazel M., Hindi H.y Boyd S. (2003) Log-det heuristic for matrix rank minimization with applications to Hankel and Euclidean distance matrices. *Proceedings of the 2003 American Control Conference*, 2003.

Furtado A., Irio L., Oliveira R., Bernardo L. y Dinis R. (2016) Performance Analysis and Optimization of Multiselective Scheme for Cooperative Sensing in Fading Channels. *IEEE Transactions On Vehicular Technology*, Vol. 65, No. 3, pp. 1564 - 1574, March 2016.

Gendenko B. V. y Kolmogorov A. N.(1954) Limit Distributions for Sums of Independent Random Variables. *Reading, MA: Addison-Wesley*, 1954.

Gardner W. A. (1991) Exploitation of spectral redundancy in cyclostationary signals. *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 8, no. 2, pp. 14–36, 1991.

Gardner W. A., Brown W. A. y Chen C.K. (1987) Spectral correlation of modulated signals—Part II: Digital modulation. *IEEE Transactions on Communications*, vol. 35, no. 6, pp. 595 - 601, 1987.

Gilbert A., Li Y., Porat E. y Strauss M. (2010) Approximate sparse recovery: Optimizaing time and measurements. *Preccedings of ACM Sympossium in Theory of computers*, 2010.

Gilbert A., Strauss M., Tropp J. y Vershynin R. (2007) One sketch for all: Fast algorithms for compressed sensing. *Preccedings of ACM Sympossium in Theory of computers*, 2007.

Goldberg D. E. (1989) Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. *Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, USA.*, 1989.

Goldsmith A., (2005). Wireless Communications. *Cambridge University Press*, 2005.

Gribonval R. y Nielsen M. (2003) Highly sparse representations from dictionaries are unique and independent of the sparseness measure. *Aalborg University, Tech. Rep.*, oct. 2003.

Guo Q. y Huang D. (2011) EM-based joint channel estimation and detection for frequency selective channels using Gaussian message passing. *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 59, no. 8, pp. 4030–4035, 2011.

Han N., Shon S. H., Joo J. O. y Kim J. M. (2006) Spectral correlation based signal detection method for spectrum sensing in IEEE 802.22 WRAN systems. *IEEE 8th International Conference on Advanced Communication Technology*, 2006.

Haque T., Yazicigil R.T., Pan K. J., Wright J. y Kinget P. R. (2015) Theory and Design of a Quadrature Analog to Information Converter for Energy Efficient Wideband Spectrum Sensing. *IEEE Transactions On Circuits And Systems*, vol. 62, no. 2, pp. 527 – 535, 2015.

Haykin, S. (2001). Communication systems. *Communication systems*, Wiley, 2001.

Haykin S. (1994) Neural Networks: A Comprehensive Foundation. *Prentice Hall*, 1994.

Haupt J., Applebaum L. y Nowak R. (2010) On the Restricted Isometry of deterministically subsampled Fourier matrices. *44th Annual Conference on Information Sciences and Systems (CISS)*, pp. 1–6, 2010.

Herath S., Rajatheva N. y Tellambura C. (2011). Energy detection of unknown signals in fading and diversity reception. *IEEE Transactions on Communications* , vol. 59, no. 9, pp. 2443–2453, Sep. 2011.

Hosey N., Bergin S., Macaluso I. y O´Donohue D.(2009) Q-Learning for Cognitive Radios. *Proceedings of China – Ireland Information and CommunicationsTechnologies Conference*, 2009.

Hsu M.F., Wang T.Y. y Yu C.T. (2014) Spectrum Sensing Model and Throughput Analysis in a Distributed Cognitive Radio Network. *IEEE Proceedings of iWEM2014*, pp. 106 - 107, 2014.

Huang G. y Tugnait J. (2013). On cyclostationarity based spectrum sensing under uncertain gaussian noise. *IEEE Transactions on Signal Processing* , vol. 61, no. 8, Apr. 2013.

Indyk P. (2008) Explicit constructions for compressed sensing of sparse signals. *Proc.ACM-SIAM Symp Discrete Algorithms (SODA)*, 2008.

Iqbal M. y Ghafoor A. (2012). Analysis of multiband joint detection framework for waveform-based sensing in cognitive radios. *IEEE Vehicular Technology Conference (VTC Fall)*, pp. 1–5, Sep. 2012.

Jamali V., Zadeh R. A. S., Safavi S. H. y Salari S. (2011) Optimal Cooperative Wideband Spectrum Sensing in Cognitive Radio Networks. *IEEE 2011 Third International Conference on Ubiquitous and Future Networks (ICUFN)*, pp. 371 - 374, 2011.

Jiang C., Li Y., Bai W., Yang Y. y Hu J. (2012). Statistical matched filter based robust spectrum sensing in noise uncertainty environment. *IEEE 14th International Conference on Communication Technology (ICCT)*, Nov. 2012.

Kay S. M. (1998) Fundamentals of Statistical Signal Processing: Detection Theory. *International Conference on Wireless Networks, Communications and Mobile Computing*, Ed. Prentice–Hall, 1998.

Khalaf Z., Nafkha A. y Palicot J. (2011). Blind cyclostationary feature detector based on sparsity hypotheses for cognitive radio equipment. *IEEE 54th International Midwest Symposium on Circuits and Systems* , pp. 1–4, Aug. 2011.

Khalaf Z., Nafkha A. y Palicot J. (2011). Enhanced hybrid spectrum sensing architecture for cognitive radio equipment. *General Assembly and Scientific Symposium* , pp. 1–4, Aug. 2011.

Khalaf Z., Nafkha A. y Palicot J. (2012). Blind spectrum detector for cognitive radio using compressed sensing and symmetry property of the second order cyclic autocorrelation. *7th International ICST Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications (CROWNCOM)* , pp. 291–296, Jun. 2012.

Khalaf Z., Palicot J., Nafkha A. y Zhang H. (2013). Blind free band detector based on the sparsity of the cyclic autocorrelation function. *Proceedings of the 21st European Signal Processing Conference (EUSIPCO)* , pp. 1–5, Sep. 2013.

Khalid L., Raahemifar K. y Anpalagan A. (2009) Cooperative Spectrum Sensing for Wideband Cognitive OFDM Radio Networks. *2009 IEEE 70th Vehicular Technology Conference Fall (VTC 2009-Fall)*, pp. 1 - 5, 2009.

Kirolos S., Ragheb T., Laska J., Duarte M. F., Masssoud Y., y Baraniuk R.G., (2006). Practical issues in implementing analog-to-information converters. *IEEE International Workshop on System on Chip for Real Time Applications*, pp. 141-146, Dec 2006.

Kohonen T. (1990) The Self Organizing Map. *IEEE Proceedings*, Vol. 78, , No. 9, pp. 1464 – 1480, 1990.

Kortun A., Ratnarajah T., Sellathurai M., Zhong C. y Papadias C. (2011). On the performance of eigenvalue-based cooperative spectrum sensing for cognitive radio. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing* , vol. 5, no. 1, pp. 49–55, Feb. 2011.

Laska J. N., Kirolos S., Duarte M. F., Ragheb T. S., Baraniuk R. G., y Massoud Y.(2007) Theory and Implementation of an Analog-to-Information Converter

using Random Demodulation. *2007 IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, pp. 1959–1962, May 2007.

Li Y. y Jayaweera S. (2013). Dynamic spectrum tracking using energy and cyclostationarity-based multi-variate non-parametric quickest detection for cognitive radios. *IEEE Transactions on Wireless Communications* , vol. 12, no. 7, Jul. 2013.

Li Z., Wang D., Qi P. y Hao B. (2015) Maximum Eigenvalue Based Sensing and Power Recognition for Multi-Antenna Cognitive Radio System. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, pp. 1–11, 2015.

Liu C., Qi A., Zhang P., Bu L. y Long K. (2013) Wideband Spectrum Detection Based On Compressed Sensing in Cooperative Cognitive Radio Networks. *2013 8th International Conference on Communications and Networking in China (CHINACOM)*, pp. 638 - 642, 2013.

Lobato A., Ruiz R., Quiróga J. y Recio A. (2009) Recuperación de señales dispersas utilizando orthogonal matching pursuit (OMP). *Revista Ingeniería e Investigación, Universidad Nacional de Colombia*, Vol. 29, No. 2, pp. 112 – 118, 2009.

Lu L., Zhou X., Onunkwo U. y Li G. Y. (2012). Ten years of research in spectrum sensing and sharing in cognitive radio. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, pp. 1–16, Jan 2012.

Ma L.,Li Y. y Demir A. (2012). Matched filtering assisted energy detection for sensing weak primary user signals. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Mar. 2012.

Ma Y., Zhang X. y Gao Y. (2016) Sub-Nyquist cooperative wideband spectrum sensing based on multicoset sampling for TV white spaces. *2016 IEEE/CIC International Conference on Communications in China (ICCC)*, pp. 1 - 6, 2016.

Mallat S. y Zhang Z. (1993) Matching Pursuits with time-frequency dictionaries. *IEEE Transactions On Signal Processing*, Vol. 41, No. 12, pp. 3397–3415, 1993.

McHenry M. A., McCloskey D., Roberson D., McDonald J. T. (2005). Spectrum Occupancy Measurements Chicago, Illinois, Shared Spectrum Company, Tech

Rep. Disponible en:<http://www.sharedspectrum.com/wp-content/uploads/NSF_Chicago_2005-11_measurements_v12.pdf>. Accceso en 6 oct. 2016.

Mesbahi M. y Papavassilopoulos G. P. (1997) On the rank minimization problem over a positive semidefinite linear matrix inequality. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 42, No. 2, pp. 239–243, 1997.

Miller A. (2002) Subset Selection in Regression. *CRC Press*, 2002.

Mishali M. y Eldar Y.C., (2011). Wideband spectrum sensing at sub-Nyquist rates. *IEEE Signal Processing Magazine*, VOL. 28, No. 4, july 2011.

Mishali M. y Eldar Y.C. (2010) From theory to practice: Sub-Nyquist sampling of sparse wideband analog signals. *IEEE Journal on Selected Topics in Signal Processing*, vol. 4, no. 2, pp. 375–391, Apr. 2010.

Mishali M. y Eldar Y.C. (2009) Blind multiband signal reconstruction: Compressed sensing for analog signals. *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 57, no. 3, pp. 993–1009, Mar. 2009.

Mishali M., Eldar Y. C., Dounaevsky O. y Shoshan E. (2011) Xampling: Analog to Digital at Sub-Nyquist Rates. *IET Journals and Magazines*, vol. 5, No. 1, pp. 8 – 20, 2011.

Mitola J. (1999). Cognitive radio for flexible mobile multimedia communications. *Proc. IEEE Int. Workshop Mobile Multimedia Communications*, pp. 3–10, 1999.

Mitola J. (2000) Cognitive radio: An integrated agent architecture for software defined radio. *Doctor of Technology, Royal Inst. Technol. (KTH), Stockholm, Sweden*, 2000.

Mousavifar S. A. y Leung C. (2015) Energy Efficient Collaborative Spectrum Sensing Based on Trust Management in Cognitive Radio Networks. *IEEE Transactions On Wireless Communications*, Vol. 14, No. 4, pp. 1927 - 1939, April 2015.

Nadler B. (2011). On the distribution of the ratio of the largest eigenvalue to the trace of a wishart matrix. *Journal of Multivariate Analysis* , vol. 102, no. 2, pp. 363–371, Feb. 2011.

Natarajan B. K. (1995) Sparse approximate solutions to linear systems. *SIAM Journal on Computing*, Vol. 24, pp. 227–234, 1995.

Needell D. y Tropp J. A., (2010). CoSaMP: Iterative Signal Recovery From Incomplete and Inaccurate Samples. *Communications of the ACM*, Vol. 53 No. 12, Pages 93-100, 2010.

Negrete J. F., Páez E., Sánchez G. I.,Bravo J. (2013). Spectrum Crunch a la Vuelta de la Esquina, MediaTelecom, Tech Rep. Disponible en:<http://www.mediatelecom.com.mx/ mediacom/images/libros/spectrumcrunch.pdf>. Accceso en 6 oct. 2016.

Olabiyi O. y Annamalai A.(2012) Extending the Capability of Energy Detector for Sensing of Heterogeneous Wideband Spectrum. *IEEE Consumer Communications and Networking Conference (CCNC)*, p.p 454 - 458, 2012.

Olabiyi O. y Annamalai A.(2012) Parallel multi-channel detection: A practical solution to energy detection of heterogeneous wideband spectrum. *IEEE Sarnoff Symposium*, 2012.

Pandharipande A. y Linnartz J.P. (2007) Performance analysis of primary user detection in a multiple antenna cognitive radio. *IEEE International Conference on Communications*, pp. 6482 – 6486, 2007.

Pillay N. y Xu H. (2012). Blind eigenvalue-based spectrum sensing for cognitive radio networks. *IET Communications* , vol. 6, no. 11, pp. 1388–1396, Jul. 2012.

Pillay N. y Xu H. (2013). Eigenvalue-based spectrum sensing using the exact distribution of the maximum eigenvalue of a wishart matrix. *IET Communications* , vol. 7, no. 9, pp. 833–842, Dec. 2013.

Poor, V. (1994). An Introduction to Signal Detection and Estimation. *An Introduction to Signal Detection and Estimation*, Springer, 1994.

Pourgharehkhan Z., Taherpour A., SalaAlvarez J. y Khattab T.(2015) Correlated Multiple Antennas Spectrum Sensing Under Calibration Uncertainty. *IEEE Transactions On Wireless Communications*, pp. 6777- 6791, 2015.

Proakis, J., y Salethi, M. (1995). Digital Communications. *Digital Communications*, McGraw Hill, 1995.

Qian Y., Lei Y., Sun H. y Le-Ruyet D. (2012) Multi-User Cooperative Wideband Spectrum Sensing with Bayesian Compressed Sensing in Cognitive Radio. *2012 International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS)*, pp. 536 - 540, 2012.

Qin Z., Gao Y., Plumbley M. D. y Parini C. G. (2016) Wideband Spectrum Sensing on Real-Time Signals at Sub-Nyquist Sampling Rates in Single and Cooperative Multiple Nodes. *IEEE Transactions On Signal Processing*, Vol. 64, No. 12, pp. 3106 - 3117, June 2016.

Quan Z., Cui S., Sayed A. H. y Poor H. V. (2008) Wideband Spectrum Sensing in Cognitive Radio Networks. *IEEE Transactios on Signal Processing*, pp. 901-906, 2008.

Quan Z., Cui S., Sayed A. y Poor H. (2009). Optimal multiband joint detection for spectrum sensing in cognitive radio networks. *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 57, no. 3, pp. 1128-1140, 2009.

Rawat D.,Yan G. y Bajracharya C. (2010) Signal Processing Techniques for Spectrum Sensing in Cognitive Radio Networks. *International Journal of Ultra Wideband Communications and Systems*, pp. 1–10, 2010.

Recht B. (2011) A Simpler Approach to Matrix Completion. *ACM DL The Journal of Machine Learning Research*, vol. 12, pp. 3413–3430, 2011.

Recht B., Fazel M. y Parrilo P. (2010) Guaranteed minimum rank solutions of matrix equations via nuclear norm minimization. *SIAM Review Journal*, Vol. 52, No. 3, pp. 471-501, 2010.

Ren S., Zeng Z., Guo C., Sun X.(2016) A Low Complexity Sensing Algorithm for Wideband Sparse Spectra. *IEEE Communications Letters*, pp. 1 - 1, 2016.

Ribeiro F. C., De-Campos M. L. R. y Werner S. (2012) Distributed Cooperative Spectrum Sensing With Selective Updating. *20th European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2012)*, pp. 474 - 478, 2012.

Romero D. y Lopez-Valcarce R. (2011) Distributed Spectrum Sensing With Multiantenna Sensors Under Calibration Errors. *2011 IEEE 12th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, pp. 441 - 445, 2011.

Rosenfeld M. (1997) In Praise of the Gram Matrix. *The Mathematics of Paul Erdos II*, Eds. Springer Berlin Heidelberg, pp. 318-323, 1997.

Ruttik K., Koufos K. y Jantti R. (2009). Detection of unknown signals in a fading environment. *IEEE Communications Letters* , vol. 13, no. 7, pp. 498–500, Jul. 2009.

Sadeghi H., Azmi P. y Arezumand H. (2012). Cyclostationarity-based soft cooperative spectrum sensing for cognitive radio networks. *IET Communications* , vol. 6, no. 1, Jan. 2012.

Sahai A. y Cabric D. (2005) Spectrum sensing: Fundamental limits and practical challenges. *A tutorial in IEEE International Sympossium on New Frontiers DySPAN, Baltimore, MD*, 2005.

Shaban M. y Bayoumi M. (2016). On sub-Nyquist spectrum sensing for wideband cognitve radios. *2016 Eighth International Conference on Ubiquitous and Future Networks (ICUFN)*, pp. 543 - 548, 2016.

Shawe J. y Cristianini N.(2000) Support Vector Machinesand Other Kernel Based Learnig Methods. *Cambridge University Press*, 2000.

Shellhammer S. y Tandra R.(2006) Performance of the Power Detector With Noise Uncertainty. *IEEE Std. 802.22-06/0134r0*, 2006.

Shen J.C. y Alsusa E. (2013). An efficient multiple lags selection method for cyclostationary feature based spectrum-sensing. *IEEE Signal Processing Letters* , vol. 20, no. 2, Feb. 2013.

Schniter P., Potter L. C. y Ziniel J. (2008) Fast bayesian matching pursuit: Model uncertainty and parameter estimation for sparse linear models. *IEEE Information Theory and Applications Workshop*, pp. 326-333, 2008.

Song Q. y Hamouda W. (2016) Performance Analysis and Optimization of Multiselective Scheme for Cooperative Sensing in Fading Channels. *IEEE Transactions On Vehicular Technology*, Vol. 65, No. 1, pp. 358 - 366, Jan 2016.

Sonnenschein A. y Fishman P. M. (1992) Radiometric detection of spreadspectrum signals in noise of uncertainty power. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 3, pp. 654 - 660, 1992.

Strohmer T. y Heath R. (2003) Grassmanian frames with applications to coding and communication. *Appl Comput Harmon Anal*, Vol. 14, No. 3, pp. 397–399, 2003.

Sun H., Nallanathan A., Wang C.X. y Chen Y., (2013). Wideband Spectrum Sensing for Cognitive Radio Networks: A Survey. *IEEE Wireless Communications*, pp. 74 – 81, April 2013.

Sun H., Nallanathan A., Cui S. y Wang C.X. (2016) Cooperative Wideband Spectrum Sensing Over Fading Channels. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, pp. 1382–1394, 2016.

Sun W., Huang Z., Wang F. y Wang X. (2015) Compressive wideband spectrum sensing based on single channel. *IEEE Electronics Letters*, vol. 51, no. 9, pp. 693–695, 2015.

Tandra R. y Sahai A. (2005) Fundamental limits on detection in low SNR under noise uncertainty. *International Conference on Wireless Networks, Communications and Mobile Computing*, 2005.

Tian Z. y Giannakis G. B., (2007). Compressed sensing for wideband cognitive radios. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP*, VOL. 4, Honolulu, HI, pp. 1357-1360, Apr. 2007.

Tian Z. y Giannakis G. B. (2006). Wavelet approach to wideband spectrum sensing for cognitive radios. *1st International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications*, pp. 1-5, 2006.

Tropp J. y Gilbert A. (2007) Signal recovery from partial information via orthogonal matching pursuit. *IEEE Transactions On Information Theory*, Vol. 53, No. 12, pp. 211-231, 2007.

Tropp J. y Gilbert A.(2007) Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit. *IEEE Transactions On Information Theory*, vol. 53, no. 12, pp. 4655–4666, 2007.

Tropp J. A., Laska J. N., Duarte M. F., Romberg J. K., y Baraniuk R. G., (2010). Beyond Nyquist: Efficient sampling of sparse bandlimited signals. *IEEE Trans. Information Theory*, vol. 56, no.1, pp. 520–544, Jan. 2010.

Tsinos C. G. y Berberidis K. (2015) Decentralized Adaptive Eigenvalue-Based Spectrum Sensing for Multiantenna Cognitive Radio Systems. *IEEE Transactions On Wireless Communications*, Vol. 14, No. 3, pp. 1703 - 1715, March 2015.

Urkowitz, H. (1967). Energy detection of unknown deterministic signals. *Proceedings of the IEEE*, pp. 523 - 531, 1967.

Urriza P., Rebeiz E. y Cabric D. (2013). Multiple antenna cyclostationary spectrum sensing based on the cyclic correlation significance test. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications* , vol. 31, no. 11, Nov. 2013.

Vantrees, H. (1968). Detection, Estimation and modulation Theory. *Detection, Estimation and modulation Theory*, Wiley, 1968.

Varshney P. (1996) Distibuted Detection and Data Fusion. *Springer Verlag*, 1996.

Wael C. B. A.,Armi N. y Sariningrum R. (2015) Wideband spectrum sensing using Welch periodogram in cognitive radio. *IEEE International Conference on Radar, Antenna, Microwave, Electronics, and Telecommunications (ICRAMET)*, pp. 104 - 108, 2015.

Wang B. y Liu K. (2011). Advances in cognitive radio networks: A survey. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 5, no. 1, pp. 5–23, Feb. 2011.

Wang P., Fang J., Han N. y Li H.(2010) Multiantenna-Assisted Spectrum Sensing for Cognitive Radio. *IEEE Transactions On Vehicular Technology*, pp. 1791-1800, 2010.

Wang S., Bao J., Shen B., Huang Q. y Chen Q. (2014) Eigenvector Based Cooperative Wideband Spectrum Sensing for Cognitive Radios. *2014 Sixth International Conference on Ubiquitous and Future Networks (ICUFN)*, pp. 346 - 351, 2014.

Wang Y., Guo C., Sun X. y Feng C. (2015) Time Efficient Wideband Spectrum Sensing based on Compressive Sampling. *IEEE 81 Vehicular Technology Conference*, pp. 1 – 5, 2015.

Welch L.(1974) Lower bounds on the maximum cross correlation of signals. *IEEE Transactions On Information Theory*, Vol. 20, No. 3, pp. 397–399, 1974.

Wipf D. y Rao B. (2004) Atomic decomposition by Basis Pursuit. *IEEE Transactions On Signal Processing*, Vol. 52, No. 8, pp. 2153–2164, 2004.

Yang G., Wang J., Luo J., Wen O. Y., Li H., Li Q. y Li S. (2016) Cooperative Spectrum Sensing in Heterogeneous Cognitive Radio Networks Based on Normalized Energy Detection. *IEEE Transactions On Vehicular Technology*, Vol. 65, No. 3, pp. 1452 - 1463, March 2016.

Yen C.P., Tsai Y. y Wang X. (2013) Wideband spectrum sensing based on sub-Nyquist sampling. *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 61, no. 12, pp. 3028–3040, Jun. 2013.

Yucek T. y Arslan H. (2009). A survey of spectrum sensing algorithms for cognitive radio applications. *IEEE Communications Surveys and Tutorials* , Volume: 11, Issue: 1, pp. 116 - 130, March. 2009.

Zaho Q., Sadler B.M. (2007). A Survey of Dynamic Spectrum Access: Signal Processing, Networking and Regulatory Policy. *IEEE Signal Processing Magazine*, pp. 79 – 89, May 2007.

Zeinalkhani Z. y Banihashemi A. H. (2015) Ultra Low-Complexity Detection of Spectrum Holes in Compressed Wideband Spectrum Sensing. *2015 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, pp. 1 - 7, 2015.

Zeng Y., Koh C. y Liang Y.C. (2008). Maximum eigenvalue detection: Theory and application. *IEEE International Conference on Communications* , pp. 4160–4164, May 2008.

Zeng Y. y Liang Y.C. (2009). Eigenvalue-based spectrum sensing algorithms for cognitive radio. *IEEE Transactions on Communications* , vol. 57, no. 6, pp. 1784–1793, Jun. 2009.

Zeng Y. y Liang Y.C. (2009). Spectrum-sensing algorithms for cognitive radio based on statistical covariances. *IEEE Transactions on Vehicular Technology* , vol. 58, no. 4, pp. 1804–1815, May 2009.