

# La teoría de la utilidad cardinal y sus implicaciones en las decisiones de inversión

---

SIMÓN ANDRÉS IDROBO Z.

## EL AUTOR

Contador Público (Universidad del Cauca), Magister en Administración Especialidad en Finanzas (Instituto tecnológico de Monterrey México ITESM), Posgrado en Finanzas (Universidad EAFIT), Posgrado en Administración Financiera (Escuela de Administración de Negocios E.A.N., Unicauca), Posgrado en Gerencia de impuestos (Universidad libre de Cali), Posgrado en Revisoría Fiscal y Auditoría Externa (Universidad Autónoma de Bucaramanga, Unicauca) , Profesor Asociado Universidad del Cauca, ha sido profesor de las universidad Libre, Mariana de Pasto, Universidad central del Valle, Universidad de Manizales, Asesor y Consultor empresarial, Miembro académico del Centro colombiano de investigaciones Contables C-CINCO.

## ABSTRACT

In the present economic world, dominated by the certainty absence, the refining of the forecasts of the industrialist in the projection of its costs and income must reach a reasonably optimal degree. Everything implies, in greater or smaller measurement, a speculation of the future in which the risks and its compensation with the awaited gains constitutes the genius entertainer of the entrepreneur. The exercise to include/understand the developments of the theory of the utility allows us to reason on the base of the uncertainty and the risk contributing of this form to improve the ability to choose optimal investments and to open the doors to new opportunities of business

**KEY WORDS:** expected value, decisions under risk, curves of indifference, bayesianano criterion of decision, cardinal utility

## RESUMEN

En el mundo económico actual, dominado por la ausencia de certeza, el afinamiento de las previsiones del empresario en la proyección de sus costos e ingresos debe alcanzar un grado razonablemente óptimo. Todo implica, en mayor o menor medida, una especulación del futuro en la que el avizoramiento de los riesgos y su compensación con las ganancias esperadas constituye el genio animador del emprendedor. El ejercicio de comprender los desarrollos de la teoría de la utilidad nos permite razonar sobre la base de la incertidumbre y el riesgo contribuyendo de esta forma a mejorar la habilidad de elegir óptimas inversiones y abrir las puertas a nuevas oportunidades de negocio.

**PALABRAS CLAVES:** valor esperado, decisiones bajo riesgo, curvas de indiferencia, criterio bayesianano de decisión, utilidad cardinal,

Recibido: abril 28de 2004

Aceptado: Junio 10 de 2004

## 1. PLANTEAMIENTO

En economía es conocido hace tiempo, el concepto de utilidad marginal decreciente. Lo normal es que dada una cantidad  $X$  de un bien, haya un incremento de utilidad al pasar a poseer  $X + 1$ , y que este incremento será mayor que el que se da al pasar de  $2X$  a  $2X + 1$ .

Con el dinero pasa algo parecido; si no poseo nada, la utilidad que me produce el que me den un millón es mayor que la que me produciría ese hecho si poseo cien millones. Esto tiene para nosotros gran importancia a la hora de tomar decisiones en condiciones de riesgo. El ser humano tiene diferentes actitudes hacia el riesgo hay gente que juega lotería o ruleta, hay quienes son toreros o astronautas; otros aceptan gerenciar empresas quebradas, hay empresarios visionarios y exitosos, etc. Por el otro lado, hay quienes se resignan a un cómodo empleo que no presenta retos, ni amenazas, hay quienes nunca juegan y nunca serán espontáneos en una plaza de toros, otros, como un columnista de la página económica de un periódico, dice que *“una buena inversión debe hacerse teniendo en cuenta que no quite el sueño, aunque no de para comer bien”* y hay, por último, algunos que nunca salen de sí mismos porque les da miedo la entrega total.

Cuando en un curso se plantea el problema de un juego con probabilidad 0.5 de ganar \$ 0 y 0.5 de ganar \$ 1.000 y se pregunta que cuanto dinero daría cada estudiante por participar en el, la respuesta es \$ 500. Al analizar mas el problema y someter al tomador de decisiones a confrontaciones y escogencia, se encuentra que la cifra no es \$ 500, sino otra muy diferente.

La primera cifra \$ 500 se denomina valor esperado monetario. Valor esperado monetario de una decisión es el promedio ponderado de todos los valores que pueden resultar y que corresponden a todos y cada uno de los estados de la naturaleza, dado que el decisor ha optado por elegir una alternativa. Se dice en general, que cuando hay poco dinero en juego, la gente decide de acuerdo con el valor esperado del juego y trata de decidirse por la alternativa que lo maximiza.

En efecto, cuando queremos ordenar una serie de decisiones arriesgadas, no obtendremos el mismo resultado aplicando la esperanza matemática de sus diferentes posibilidades (en unidades monetarias) que usando la esperanza matemática de las utilidades.

La idea de emplear la esperanza matemática de las utilidades es antigua y suele atribuirse a Daniel Bernoulli (1738). Sin embargo, el propio Bernoulli cita a Cramer<sup>1</sup> quien llega a una solución muy similar.

Tanto Cramer como Bernoulli trabajaron sobre el problema de toma de decisiones bajo riesgo, después conocido en el campo de las finanzas como “La paradoja de San Petersburgo”<sup>2</sup>. Una variación hipotética (paradoja de San Petersburgo) al problema original planteado por Bernoulli y Cramer es la siguiente; A usted le proponen estas dos alternativas:

**Alternativa A:** Un regalo, libre de impuestos, de \$ 10.000.

**Alternativa B:** Un pago de 2<sup>n</sup> centavos, donde n es el número de veces que usted lanza una moneda al aire hasta cuando aparezca sello.

Solo puede participar una vez en el juego y la secuencia de lanzamientos se detiene cuando aparezca sello por primera vez.

El valor esperado de cada una de las alternativas es:

$$E(A) = \$ 10.000.00$$

$$E(B) = 1/2(2) + 1/4(4) + 1/8(8) + \dots + \\ = 1 + 1 + 1 + \dots = \infty$$

<sup>1</sup> Famoso matemático suizo Gabriel Cramer (1704 - 1752), que en una carta en francés escrita a Nicolás Bernoulli (primo de Daniel) en 1728, llega a una solución muy similar a la de Daniel Bernoulli, si bien este último no la conocía.

<sup>2</sup> La paradoja de San Petersburgo fue planteada por Daniel Bernoulli en 1735, en un trabajo clásico presentado a la Academia Imperial de las Ciencias en St. Petersburgo. Este trabajo fue publicado y traducido como Exposition of a New Theory of Measurement of Risk, en Econometria, XXII (1954), p.p. 23-36.

Nadie escogería la alternativa **B** a pesar de tener un valor esperado igual a infinito, aunque sea propensa al riesgo. Estos ejemplos ilustran que bajo riesgo, muchas personas no tratan de maximizar el valor esperado de sus ganancias. O sea, que entran en juego otros factores

En conclusión, podemos afirmar que ya en el siglo **XVIII** se planteó la necesidad de distinguir entre el dinero y su utilidad (que denominaban valor moral), además de utilizar la esperanza matemática de la utilidad como criterio de decisión (esperanza moral). Incluso intentaron buscar funciones de utilidad y se reconoció el papel de la riqueza previa.) En finanzas corporativas contemporáneas se ha seguido avanzando por este camino.

## 2. VISIÓN AXIOMÁTICA DE LA TEORÍA DE LA UTILIDAD.

Ante situaciones como las expuestas anteriormente, los estudiosos del tema han presentado teorías que permiten explicar (teorías descriptivas) o predecir el comportamiento de un individuo en particular cuando se encuentra enfrentado a decisiones bajo riesgo e incertidumbre reducida a riesgo, por medio del estimativo de probabilidades subjetivas.

En los trabajos de los economistas de la segunda mitad del siglo **XIX** se entiende que la utilidad es una cualidad mensurable, es lo que denominan utilidad cardinal; en esta misma línea sé movía Bernoulli (1738). Así, tenemos autores como Gossen, Jevons, Walras, y de alguna manera Marshall. La dureza de las condiciones impuestas para aceptar la utilidad cardinal hizo evolucionar el análisis, viendo que solo era necesario "ordenar" grupos de bienes, dando lugar a las curvas de indiferencia; aparecen así preferencias entre los distintos niveles de indiferencia, pero sin ser necesarios atribuirles un valor cardinal. Esta importante evolución se da a caballo entre el siglo **XIX** y el **XX**, con

autores como Edgeworth, Antonelli, Irving Fisher y Vilfredo Pareto (véase Ferguson, 1971, p. 20-25).

Pero la evolución hacia la "ordinalidad" no ha resuelto el problema para el tomador de decisiones en condiciones de riesgo. Sin riesgo, el problema de comparar diferencias entre utilidades, es innecesario plantearse, en consecuencia el concepto de utilidad ordinal no es suficiente. Pero para poder decidir con riesgo el instrumento utilizado es "**la esperanza matemática de las utilidades**" y eso precisa una utilidad "cardinal"<sup>3</sup>.

Fueron **Von Neuman y Morgenstern** (1947) los que propusieron la llamada **Teoría de la utilidad** y dieron una visión axiomática que justifica el uso de una utilidad cardinal. Estos autores aducen que dadas las condiciones en las que se basa el análisis de indiferencia se necesitan poco esfuerzo extra para encontrar una utilidad cardinal; para la elección en condiciones de riesgo, se maximiza el valor esperado de dicha utilidad.

De los axiomas de Von Neuman y Morgenstern ha habido diferentes versiones, nosotros vamos a utilizar la de Fama y Miller (1972, pág. 191 y S.S.) Tales axiomas resultan suficientemente rigurosos y, simultáneamente, de bastante claridad para describir o predecir el comportamiento sociológico del tomador de decisiones en condiciones de riesgo. Pero antes de entrar con ellos creo necesario aclarar el sentido en el que utilizamos el termino "axioma". Entenderemos por tal una proposición provisional, que resulta bastante posible, pero cuya justificación viene dada por el valor descriptivo y predictivo de sus conclusiones (neopositivismo, círculos de Viena) no debe entenderse en su acepción clásica de "proposición evidente" que admite demostración. Nuestro concepto de axioma coincide bastante con el tradicional de postulado, tendiéndose en la actualidad a considerar equivalentes ambas nociones.

<sup>3</sup> Sobre el concepto de Ordinalidad y Cardinalidad, tal como aquí se usa, puede consultarse VON NEUMAN, J. And O. MORGENSTERN (1947): *Theory of games and economic behavior*, Princenton university press, Princenton, segunda edición.

Para que el decisor pueda escoger uno de los diferentes cursos de acción deberá cumplir con ciertas condiciones que le permitan elegir entre distintas alternativas. Estas condiciones se pueden identificar como los siguientes postulados o axiomas:

**Preferencias:** Cuando a un individuo se le presentan dos alternativas **A** y **B**, entonces actuara de una de las siguientes maneras:

- a) Es indiferente entre A y B
- b) Prefiere A a B
- c) Prefiere B a A

**Transitividad:** Cuando un decisor se enfrenta a tres alternativas **A**, **B** y **C**, podrá decir lo siguiente:

- a) Si es indiferente entre A y B y prefiere B a C, entonces prefiere A a C
- b) Si prefiere A a B y es indiferente entre B y C, entonces prefiere A a C
- c) Si es indiferente entre A y B y entre B y C, entonces es indiferente entre A y C.

**Preferencia a la recompensa:** Este supuesto dice que los individuos prefieren mas de un bien deseable que menos. Aquí "bien" debe entenderse en su forma más amplia, o sea que un individuo al "calcular" lo que recibe al tomar una decisión, esta teniendo en cuenta "bienes" no tangibles, así como tangibles. Esto simplemente significa que un individuo racional prefiere obtener mas de un bien deseable que menos. En este contexto se supone que el dinero es un bien deseable (esto no siempre es cierto y se pueden encontrar múltiples ejemplos que ilustran este hecho).

**Continuidad.** Si  $A > B$  y  $B > C$ , entonces existirá un valor  $\alpha$  tal que,

$$A + (1 - \alpha) * C = B$$

Donde:  $0 \leq \alpha \leq 1$

El valor  $\alpha$  se ha interpretado como una medida de probabilidad. En forma similar, existen valores de  $\alpha$  tales que:

$$\alpha_1 A + (1 - \alpha_1) * C > B$$

y

$$\alpha_2 A + (1 - \alpha_2) * C < B$$

**Ordenamiento.** Si hay alternativas A, B, C, D,....., Tales que para cualesquiera tres alternativas existe un valor de  $\alpha$  para establecer la relación mencionada en el axioma de continuidad, entonces las diferentes alternativas pueden ser ordenadas.

**Sustitución.** Para cualquier juego o lotería, existirá otro juego equivalente ante el cual el decisor será totalmente indiferente.

Con base en lo anterior se puede establecer el siguiente teorema:

**Teorema de existencia.** Si un individuo toma decisiones sin violar las suposiciones axiomáticas anteriores, se puede definir una función de utilidad tal que.

- a) Si  $A \sim B$  entonces  $U(A) = U(B)$
- b) Si  $A > B$  entonces  $U(A) > U(B)$

La función  $U(.)$  Se llamara función de utilidad y su valor  $U(A)$  se llama índice de utilidad de A. Esta función es monótona. Debe observarse que  $U(A) > U(B)$  porque  $A > B$  y no viceversa.

Resumiendo lo anterior, se puede decir que los axiomas de la Teoría de la Utilidad de Von Neuman y Morgenstern son:

- 1) El individuo puede ordena alternativas o las utilidades asociadas a ellas.
- 2) Puede establecer relaciones de transitividad en su ordenamiento preferencial.
- 3) Pueden determinar pesos a - probabilidades - para comparar alternativas o las utilidades asociadas.



Los ejemplos presentados obligan a preguntarse como se explica entonces, el proceso de decisión. La teoría expuesta ofrece esta explicación, aunque con limitaciones. En términos más sencillos: cada individuo cuando se enfrenta a situaciones de riesgo, puede asignar un valor  $\alpha$  a cada una de las alternativas que analiza. Estos son los índices de utilidad cardinal.

La relación funcional entre valores de dinero y los índices de utilidad cardinal no es lineal en general. La no-linealidad obedece a que muchas personas no toman decisiones basadas en la maximización del valor esperado monetario (criterio bayesianano de decisión). Sin embargo, cuando a las alternativas se les ha asignado índices de utilidad, entonces si se puede aplicar el criterio bayesiano de decisión. O sea el individuo trata de maximizar el valor esperado de su utilidad.

Esta teoría parece ser aceptable a corto plazo: cuando el individuo tiene que tomar la decisión y los resultados son inmediatos. Puede no ser valida cuando la decisión implica resultados futuros. Mas adelante se harán explícitas las limitaciones del modelo propuesto por Von Neuman y Morgenstern.

Aquí debe hacerse una aclaración importante: la Teoría de la utilidad propuesta tiene en cuenta únicamente el primer momento de la distribución de probabilidad de los eventos, o sea el valor esperado.

### **3. DETERMINACIÓN DE LA FUNCIÓN DE UTILIDAD**

Como se anoto antes, la teoría de la utilidad explica o predice el comportamiento de un individuo ante situaciones de riesgo. O sea, es una teoría descriptiva, no normativa. Por lo tanto, solo tiene sentido hablar de la función de utilidad de una persona, en un punto en el tiempo y dentro de un rango de sumas de dinero.

Mas aun, debe añadirse que la utilidad se puede medir en forma relativa y no en términos absolutos. Se puede asignar un índice de utilidad a cada uno de dos valores, en forma arbitraria, y a partir de allí, construir la función de utilidad.

La teoría de la probabilidad puede cuantificar el grado de incertidumbre asociado con los posibles resultados de un evento, pero no puede medir el sentimiento subjetivo de quien decide acerca de esos resultados inciertos. Y la decisión depende, en gran medida, de la actitud que tenga en tomador de decisión frente al riesgo o la incertidumbre.

Un intento por cuantificar las preferencias de la dirección de la empresa con respecto al riesgo es incorporar al proceso de las decisiones financieras la teoría de la utilidad.

De manera general, la "utilidad" se puede definir como la satisfacción que obtiene una persona o una empresa a cambio de los recursos que se emplean. Cada empresa y cada persona tienen una serie de distinta de preferencias; así, pues dos personas o dos empresas podrán asignar grados diferentes de preferencia a un mismo proyecto.

Lo que debe considerarse y calcularse, entonces, no es la esperanza matemática, sino la utilidad: la llamada esperanza moral.

La función de utilidad refleja, para cada individuo, la relación entre ciertas sumas de dinero (ganancia, pérdida, flujo de fondo, valor presente de un flujo de fondos u otra magnitud) y las preferencias de aquel frente al riesgo.

Dicha función en ámbito de las finanzas presenta un doble interés: es útil no-solo para describir el comportamiento de un individuo, sino también para preverlo.

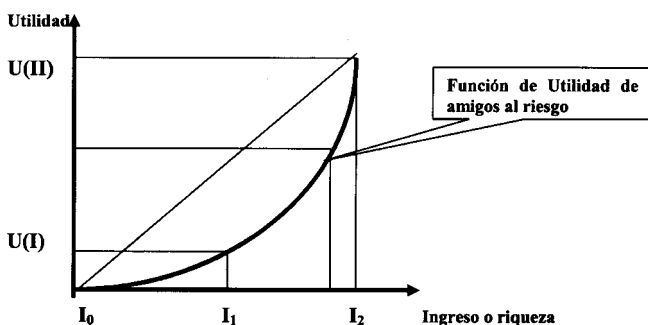
Si las funciones de utilidad son potencialmente tan idóneas, ¿cómo pueden obtenerse? Una manera es pedir a un sujeto que escoja entre dos alternativas: una suma cierta de dinero y una inversión con un resultado incierto. Por ejemplo, se le podría solicitar que optara entre el

siguiente par de alternativas: 1) obtener \$ 10.000 con seguridad, o 2) tener una oportunidad con igual probabilidad de obtener \$ 30.000 o nada. Si contesta que le da lo mismo podemos decir que dichas alternativas tienen la misma utilidad para él, y pueden representarse sus preferencias mediante una función de utilidad. Pero si no cree que las citadas alternativas sean iguales, cambiamos las probabilidades de rendimiento hasta dar con un punto de indiferencia.

Los teóricos de las finanzas han clasificado la "utilidad" que representa el dinero para la empresa en tres categorías generales: "utilidad" marginal decreciente, "utilidad" marginal constante y "utilidad" marginal creciente, las cuales explican la actitud de las personas o empresas hacia el riesgo y pueden ser aversas, propensas o indiferentes al riesgo

Estas alternativas se representan gráficamente en las siguientes formas de la función de utilidad, en las cuales la cifra de ingreso o riqueza aparece sobre el eje horizontal y la utilidad se indica sobre el eje vertical.

- **PROPENSIÓN AL RIESGO:**



UTILIDAD DE UN INDIVIDUO TOTALMENTE PROPENSO AL RIESGO

FIGURA NO. 1

Friedman y Savage (1948) tratan el problema de la función de utilidad, nosotros nos apoyaremos en forma reiterada en su análisis en las siguientes líneas. Si suponemos que el individuo es **amigo del riesgo**, su utilidad marginal será creciente, dando lugar a una función de utilidad como la presentada en la figura No. 1.

En esta categoría están las personas o empresas catalogados como buscadores del riesgo, con esta función, la utilidad del dinero se eleva mas que proporcionalmente a medida que aumenta la riqueza, preferirán aquella decisión que acaree un mayor riesgo, la utilidad marginal creciente es difícil de justificar. Una posible explicación es la del "indigente"; supongamos que indigente que carece de dinero para alimentarse y pidiendo limosna consigue reunir \$ 1.250. en una mañana. Con ese dinero puede adquirir un café en leche y un buñuelo, costándole un almuerzo \$ 2.500,; Es fácil deducir que nuestro hombre valore mas que el doble los \$ 2.500, que los \$ 1.250. En esa situación, que en el limite podemos resumir como "con otros \$ 1.250, puedo sobrevivir, con solo los \$ 1.250 que tengo moriré de hambre". Es seguro que las utilidades marginales son crecientes y nuestro amigo estará dispuesto a jugarse los \$ 1.250 que actualmente posee a doble o nada con probabilidades del 50% o incluso más desfavorable para él.

Esta actitud de propensión al riesgo se da en las clases medias, seria patológico que alguien pusiera en peligro la satisfacción de las necesidades básicas de su familia por jugar lotería, tampoco creo que sea muy frecuente este tipo de juego en las clases altas. Se puede alegar que nada es más típico de las clases altas que el juego en el casino; pero, sin entrar en la mayor o menor veracidad de este estereotipo, esta modalidad de juego tiene, en cualquier caso, mucho de "acto social" siendo las cantidades apostadas generalmente pequeñas en comparación con el patrimonio de los jugadores (las excepciones, que las hay, habría que analizarlas en función de circunstancias particulares. Por otra parte otro ejemplo que hace que las personas actúen como amigas del riesgo son las loterías en las cuales su éxito depende

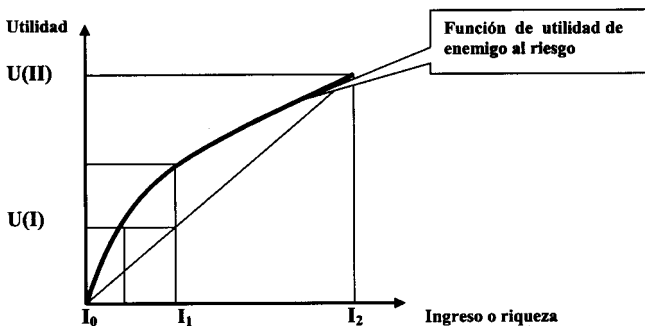
de que con una pequeña apuesta permiten un gran premio, aunque este sea muy improbable. Los propios Friedman y Savage (1948) buscaron una explicación racional a la aparentemente paradójica forma de la curva de utilidad marginal creciente establecieron que la zona de utilidades marginales crecientes tiene que ver mucho con el status del individuo. La explicación parece convincente; según esto los individuos al encontrarse en un status determinado, verían como muy negativo él perderlo y tampoco apreciarían demasiado los incrementos de riqueza que, por ser muy pequeños, no les permiten ascender a un status superior de igual forma no es el objeto de este ensayo profundizar sobre las bases psicológicas de las motivaciones que llevan a las personas a actuar de una determinada manera, pero creo que la pirámide de necesidades de Maslow (1975) puede darnos alguna ayuda en este sentido.

La función de utilidad marginal creciente resulta coherente también con la forma de razonar de la mayoría de las personas que aceptan participar en juegos de azar, aunque la esperanza matemática de sus resultados monetarios sea inferior a lo que se paga por ellos, siempre que se trate de cantidades relativamente pequeñas.<sup>4</sup>

---

<sup>4</sup> Para el caso de la Lotería de Bogotá, con 150 series, número de billetes 10.000. total de billetes 1.500.000 con precio de \$ 3000 el billete, el valor esperado de la lotería es de \$ 943. Como se puede apreciar, el valor esperado de esta lotería es mucho menor que su precio y sin embargo, gran cantidad de personas compra loterías, rifas, hacen apuestas, etc.

• **AVERSIÓN AL RIESGO**



UTILIDAD DE UN INDIVIDUO TOTALMENTE AVERSO AL RIESGO

FIGURA No. 2

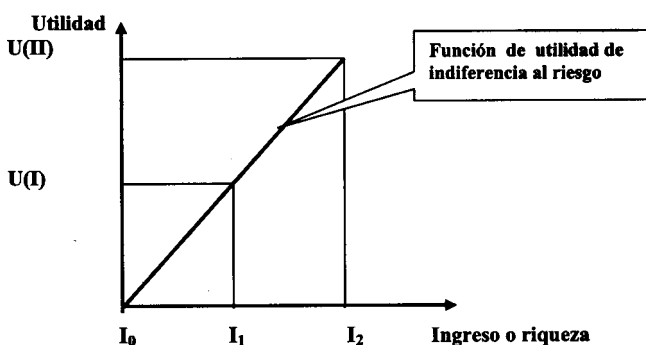
Si suponemos que el individuo es averso al riesgo, su función de utilidad marginal será decreciente dando lugar a una figura como la No. 2. Es precisamente la pendiente decreciente de la función de utilidad la que explica el actuar como enemigos del riesgo. Es por ello que el enemigo al riesgo, dado un valor esperado de las magnitudes monetarias igual, preferirá la decisión que comporte menor riesgo, lo que justifica además que estos individuos aseguren la esperanza matemática de las unidades monetarias en un contrato de seguros.

La función de utilidad marginal decreciente indica que a medida que aumenta la riqueza disminuye el placer que proporciona cada peso adicional, sin volverse nunca negativo. Para una persona que tiene una función de utilidad marginal decreciente es mayor el dolor por perder una unidad monetaria que el placer de ganar la misma cantidad de dinero.

Según parece, la función de utilidad marginal decreciente representa la típica posición de las personas y empresas que soslayan el riesgo. A quien soslaya el riesgo se la puede definir como aquella persona que entre dos alternativas de inversión que promete idénticos

rendimientos obtiene mayor utilidad de la que ofrece superior grado de certidumbre. Creo interesante aclarar en esta parte la asociación del concepto de riesgo, certeza e incertidumbre. Entiendo que "riesgo" es enfrentarse a una variable aleatoria con su correspondiente distribución de probabilidad, distinto de la "certeza" donde el resultado es seguro, o de "incertidumbre" donde desconocemos las probabilidades de los distintos resultados.<sup>5</sup>

- **INDIFERENCIA AL RIESGO**



**Utilidad de un individuo totalmente indiferente al riesgo**  
**Figura No. 3**

A los entes que tienen una función de utilidad marginal creciente como la ilustrada en la figura No. 3 no son amigos ni enemigos del riesgo, sino simplemente **neutrales ante el riesgo**. Si el dinero de un individuo o empresa tiene una función de utilidad constante, su utilidad se eleva linealmente con la riqueza. La pendiente

<sup>5</sup> Gómez Bezares F. (1983): "Como utilizar e interpretar la estadística" Iberico-Europea, Madrid, en el cual el autor nos demuestra que existen felices coincidencias entre las características de la función de utilidad y las decisiones basadas en el uso de la media y la varianza

continua y hacia arriba de la curva de utilidad marginal constante implica que la empresa recibe la misma utilidad de cada peso adicional de ingreso.

#### • UTILIDAD TÍPICA SEGÚN RESULTADOS EMPÍRICOS

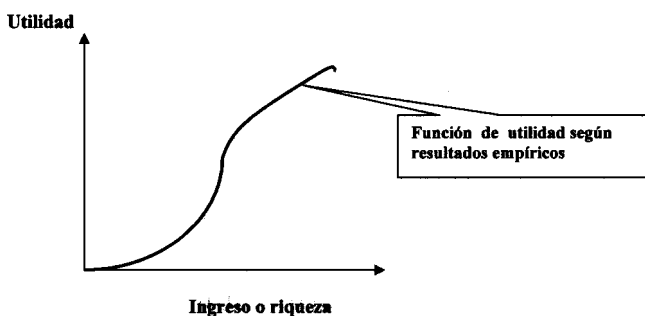
Resulta obvio que en la realidad las personas no son, ni totalmente aversas, ni totalmente propensas al riesgo. Existe evidencia empírica<sup>6</sup> de que hay rangos de valores en los cuales las personas son aversas al riesgo y rangos en los cuales son propensas al riesgo. También parece existir evidencia<sup>7</sup> de que los individuos tienden a ser propensos al riesgo cuando hay en juego pequeñas sumas de dinero (en el caso de las loterías, que por esa razón dividen el billete en fracciones de bajo costo) y aversos cuando las sumas de dinero son altas; Una curva de utilidad que tipifica este comportamiento sería la de la figura No. 4.

Esta función de utilidad producto de resultados empíricos explica como se puede pasar de una función de utilidad decreciente a una creciente, retomando lo propuesto por Friedman y Savage referido al cambio de status del individuo, según estos los individuos al encontrarse en un status determinado verían como muy negativo él perderlo y tampoco apreciarían demasiado los incrementos de riqueza que, por ser pequeños, no les permiten ascender a un status superior: sería esta zona de utilidades marginales decrecientes. Por el contrario, los incrementos de riqueza que, por su cuantía, permiten acceder a un status superior, son valorados muy positivamente, dando lugar a una zona de utilidades marginales crecientes. Finalmente alcanzando un nuevo status, volveríamos a la situación inicial, con una nueva zona de utilidades marginales decrecientes. No hay inconveniente en que sobre el nuevo status aparezca otro superior y haya una nueva zona de utilidades crecientes para acceder a el.

<sup>6</sup> Cabal, M.F. Actitud de los ejecutivos ante el riesgo: Aplicación de la teoría de la utilidad a un grupo de gerentes de Bogotá. Trabajo de grado, Pontificia Universidad Javeriana. 1982.

<sup>7</sup> Mejía, S., Determinación de la función de utilidad de ejecutivos de Bogotá: Un enfoque de teoría de juegos. Trabajo de grado. Universidad de los Andes. 1996.





CURVA DE UTILIDAD TÍPICA SEGÚN RESULTADOS EMPÍRICOS

FIGURA No. 4

Lo planteado hasta aquí nos permite afirmar que todo tomador de decisiones en condiciones de riesgo e incertidumbre tiene una **visión** que denominaremos **cuantitativo-cualitativa** así por ejemplo para el jugador de lotería que pretende, por ejemplo ganar un millón de pesos invirtiendo un peso, tiene poca importancia la probabilidad de ganar que tenga. Si en esa lotería la probabilidad de que le toque es del 0,0000005, la esperanza matemática de las unidades monetarias será de \$0.5, menor que el peso que le cuesta. Creo que es bastante creíble que, el que así actúa, seguirá jugando aunque la probabilidad fuera solo 0,0000001. Esto nos lleva a pensar que existe un salto cualitativo que hace el millón de pesos casi “infinitamente” mas apreciado que el peso que cuesta jugar, por lo que, por pequeña que sea la probabilidad de ganar, el juego sigue siendo apetecible. La **visión cuantitativo-cualitativa** supone que entre cantidades muy diferentes existe un salto cualitativo que las hace incomparables. Según esto solo valdría la teoría de la utilidad, tal como la hemos descrito, para estudiar decisiones con magnitudes “similares”. Esto se basa en hechos tan claros como el jugador de lotería que desconoce normalmente, incluso podría decir que ni le importa, la probabilidad de que le toque. En otro sentido, el que asegura su casa contra incendio, tampoco conoce la probabilidad de que suceda un incendio, pues entendemos que la desutilidad de la pérdida de la

vivienda es tan grande que lo justifica. Este planteamiento es sugerente, pero creo que es más útil, a la hora de tomar decisiones, suponer la utilidad como cuantitativa. Además, el que los individuos no se planteen las probabilidades de que les toque la lotería y que podrían aceptar probabilidades más pequeñas solo demuestra, si es realmente cierto, que son tan amigos del riesgo, en ese caso, que la probabilidad que hace que el juego sea indiferente este todavía lejana. En consecuencia para las actuaciones del día a día es conveniente estudiar la forma de la función de utilidad para decisiones incrementales, prescindiendo en la manera de lo posible del resto de decisiones ya asumidas. Y esto en ocasiones es factible.

### 3. Limitaciones de la teoría de la utilidad

Un punto crucial en la aplicación de la teoría de la utilidad es la determinación de la función de utilidad de la empresa. ¿Es la de su presidente? ¿O acaso la de la Junta directiva? ¿O la de los accionistas? Esta fuera de duda que, tratándose de una firma individual, habrá que tomar la función de utilidad del único dueño. Realmente el problema se produce con las grandes empresas de miles de accionistas en las cuales la separación entre propiedad y dirección es una práctica necesaria presentándose en consecuencia un dilema que la teoría financiera contemporánea ha denominado **teoría de la agencia** y en la cual no existe un acuerdo definitivo entre los teóricos. Problema que se refiere principalmente a los conflictos de intereses entre los objetivos de los directivos y el de los accionistas en tal sentido Irvin Fisher<sup>8</sup> con su trabajo sobre el valor presente neto (VPN) estableció que los directivos no necesitan conocer nada acerca de los gustos personales de sus accionistas y no deberían tener en cuenta los suyos propios. Su tarea es maximizar el valor presente neto de las acciones. Si esto ocurre, puede

<sup>8</sup> I. Fisher: The Theory of Interest, Nueva York, 1965.

descansar con la seguridad de que ha actuado en el mejor interés de sus accionistas ya que el criterio del VPN permite a miles de accionistas, que puedan tener muy diferentes niveles de riqueza y actitudes hacia el riesgo, participar en la misma empresa y delegar su administración en un profesional. Dan al directivo una simple instrucción: "maximice el valor actual". La dificultad planteada tiende a desalentar el empleo del análisis de la utilidad en la evaluación de proyectos de inversión, aunque sería un error no tener en cuenta, por lo menos, la actitud general hacia el riesgo de las personas a las cuales el ejecutivo de finanzas presenta sus evaluaciones.

A incorporar la función de utilidad dentro del análisis de la teoría de la decisión se debe ser muy cuidadoso en separar este análisis de la apreciación que se tenga acerca de las probabilidades; de igual manera si sé esta haciendo un estimativo de las probabilidades se debe hacer caso omiso a la preferencia que se tenga por los resultados. Otro problema que se presenta es la complejidad de las decisiones. Por ejemplo, que en lugar de tener situaciones simples como las presentadas en este ensayo, ocurran en forma simultánea varios problemas de decisión. El impacto sobre el individuo que toma las decisiones cuando se aíslan los problemas es diferente a cuando se le presentan estos mismos problemas en bloque.

Definitivamente queda por investigar si existe "permanencia" o "invariabilidad" de la función de utilidad a través del tiempo. La evidencia empírica y un razonamiento lógico llevan a concluir que no. Esta es una teoría para el corto plazo; a largo plazo, como son los efectos de las decisiones de inversión de capital puede no ser adecuada. Sin embargo, se puede definir una función de utilidad "aceptable", por ejemplo cuando el decisor este en óptimas condiciones de estabilidad emocional, considerar esa función de utilidad como la estable o permanente y tratar de ser consistentes con ella en decisiones futuras. La ventaja de esta forma de utilizar la función de utilidad es que las decisiones se toman en forma independiente del estado de ánimo del decisor.

Pero estos no son los únicos inconvenientes que se anotan a la teoría de la utilidad. Algunos adicionales a los mencionados son:

La teoría de la utilidad es unidimensional en el sentido de que supone que existe un solo objetivo para el decisor y que este puede expresarlo en términos de dinero. Cuando se plantean alternativas de inversión en donde hay beneficios económicos, pero también costos y beneficios sociales, ecológicos, políticos, etc., ¿cómo involucrarlos?.

Unidimensionalidad en el análisis de la distribución de probabilidad. Esta teoría solo considera el valor esperado de la distribución. ¿Un decisor será indiferente entre loterías con igual utilidad esperada y diferente varianza? Que decir si la variable aleatoria esta explicada por una funcione de densidad de probabilidad que cuya distribución es no simétrica?

Sobre el uso que se le puede dar a esta teoría y haciendo las salvedades antes anotadas, existen diversas opiniones. Algunos autores como Swalm<sup>9</sup>, por ejemplo, opinan que este podría ser un modelo descriptivo de la conducta del ejecutivo. Por otro lado, otros como Raiffa<sup>10</sup> opinan que la teoría podría ser considerada como modelo normativo-descriptivo, ósea, que le indica la decisor como comportarse.

Swalm, en particular, opina que a pesar de los puntos débiles de la teoría, tiene mucho que ofrecer al ejecutivo. En sus investigaciones sobre el tema concluye:

- Los ejecutivos no tratan de maximizar la ganancia esperada de una inversión que implique riesgo.

<sup>9</sup> Swalm, R.O. "Utility Theory: Insights Into Risk Taking", Harvar Bussines Review, V.4, N. 16, nov-dic, 1966 (Este articulo esta traducido por Velez Ignacio, Universidad de los Andes, mimeo. 459 p.p. Bogotá: mayo, 1987)

<sup>10</sup> Raiffa, H. Decision Analysis - Introductory Lectures On Choices Under Uncertainty, Addison-Wesley Pub. Co., Reading, Mass. 1968.

- La teoría de la utilidad ofrece un fundamento razonable para evaluar la consistencia de las decisiones de un individuo.
- La teoría de la utilidad brinda una forma simple de clasificar a los individuos en cuanto a su actitud hacia el riesgo.
- La actitud hacia el riesgo depende en gran parte de la propiedad del dinero involucrada en la decisión. O sea, que en muchos casos el individuo toma decisiones basándose en su función de utilidad y no en términos de la situación financiera de la firma.
- Las actitudes hacia el riesgo varían mas ampliamente de lo que comúnmente se piensa.

En investigaciones realizadas como proyectos de grado por los señores Cabal y Mejía,<sup>11</sup> indican que en las muestras seleccionadas para sus estudios existe mayor aversión al riesgo en el sector financiero, que en el de producción y esto también aparece en el total. Así mismo, que cuando existe posibilidad de pérdida, la aversión al riesgo aumenta. Por ser de interés particular estos resultados tienden a confirmar lo que otros autores han encontrado: que a pesar de que existe un estereotipo y percepción común de que la gente de finanzas es dinámicos, agresivos y amantes al riesgo, en general son personas con una alta aversión al riesgo. En la practica los banqueros y financieros cubren cada acción y movimiento de sus decisiones de inversión, financiación con una plétora de garantías que indican su alta aversión al riesgo, en términos absolutos hay mas aversos al riesgo en el sector financiero que el sector de la producción.

---

<sup>11</sup> Cabal, M.F. Actitud de los ejecutivos ante el riesgo: Aplicación de la teoría de la utilidad a un grupo de gerentes de Bogotá. Trabajo de grado, Pontificia Universidad Javeriana. 1982.

Mejía, S., Determinación de la función de utilidad de ejecutivos de Bogotá: Un enfoque de teoría de juegos. Trabajo de grado. Universidad de los Andes. 1996.



## REFERENCIAS

- ARROW, K.J. (1971): *Essays in the Theory of risk-bearing*, North-Holland, Admsterdam.
- BERNOULLI, D (1738): "Specimen Theoriae novae de mensura sortis", *Comentarii academiae scientiarum imperilis Petropolitanae*, Vol. 5. Traducido en *Econometrica*, Enero 1954, p.p. 23-36.
- CABAL, M.F. *Actitud de los ejecutivos ante el riesgo: Aplicación de la teoría de la utilidad a un grupo de gerentes de Bogotá*. Trabajo de grado, Pontificia Universidad Javeriana. 1982.
- COPELAND, T.E. and J.F. WESTON (1988): *Financial theory and corporate policy*, Addison-Wesley, Reading, Massachusets. Cap. 4.
- FAMA. E.F. and M.H. MILLER (1972): *The theory finance*, Holt. Rinehart and Winston, nueva York. Cap. 5.
- FRIEDMAN, M. and L.J. SAVAGE (1948): *The utility analysis of choices involving risk*, the journal of political economy, Agosto, pags. 279-304.
- GOMEZ BEZARES, F. (1983): *Como utilizar e interpretar la estadística*, Ibero-Europea, Madrid.
- I. FISHER: *The Theory of Interest*, Nueva York, 1965.
- MARSHALL, A. (1920): *Principles of economics*, Macmillan, Londres, 8 ed.
- MASLOW. A.H. (1975): *Motivación y personalidad*, Sagitario, Barcelona, 2 ed.

- MEJIA, S., Determinación de la función de utilidad de ejecutivos de Bogotá: Un enfoque de teoría de juegos. Trabajo de grado. Universidad de los Andes. 1996.
- PRATT, J.W. (1964): Risk aversion in the small and in the large. *Econometrica*, Enero-Abril.
- RAIFFA, H. *Decision Analysis - Introductory Lectures On Choices Under Uncertainty*, Addison-Wesley Pub. Co., Reading, Mass. 1968.
- SWLAM, R.O. "Utility Theory: Insights Into Risk Taking", *Harvar Bussines Review*, V.4, N. 16, nov-dic, 1966 (Este articulo esta traducido por Velez Ignacio, Universidad de los Andes, mimeo. 459 p. Bogotá: mayo, 1987)
- VON NEUMAN, J. And O. MORGENSTERN (1947): *Theory of games and economic behavior*, Princenton university press, Princenton, segunda edición.