

Tipo de actividad: Asignatura(MAT322)

Nombre: Teoría de Anillos .

Requisitos: MAT321

Créditos: 4

Intensidad Horaria: 4 Horas semanales.

Correquisitos:

Introducción

Un anillo es un grupo abeliano que cuenta con una operación adicional (a la que generalmente se le denomina multiplicación) y algunas propiedades relacionadas con esta. En ese sentido, estudiar los anillos corresponde a estudiar un tipo especial de grupos.

Cuando un anillo, además de las propiedades requeridas para serlo, posee ciertas propiedades adicionales, será denominado un campo. Estos últimos son de gran importancia y el estudiante ya conoce varios ejemplos de ellos: $\mathbb{Q}$ (los racionales), $\mathbb{R}$ (los reales) y $\mathbb{C}$ (los complejos). Tal como se tienen polinomios con coeficientes reales, se tienen polinomios sobre un campo K cualquiera, para los cuales existen las operaciones de suma y multiplicación, que además cumplen las propiedades de anillo. Uno de los temas centrales de este curso será el estudio de las ecuaciones polinómicas y los polinomios con coeficientes en un campo K cualquiera.

Objetivo General

- Brindar al estudiante la oportunidad de reforzar sus habilidades para el razonamiento formal, así como de poner en práctica, en un nuevo ambiente, los diversos métodos de demostración.
- Ampliar los conocimientos adquiridos en el curso de Teoría de Grupos y sentar las bases para estudios avanzados en las distintas áreas que requieren de conocimientos básicos en álgebra abstracta.

Objetivos específicos

- Definir y estudiar las propiedades básicas de los anillos y sus diversas variantes: anillos unitarios, anillos con división, dominios, campos, etc.
- Estudiar las propiedades algebraicas que poseen algunas estructuras comúnmente conocidas: $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ y $\mathbb{C}$.
- Mostrar los fundamentos en que se basa el álgebra de polinomios conocida desde el bachillerato.
- Mostrar que toda ecuación polinómica posee una solución en algún campo K , e introducir al estudiante en la teoría de los campos de extensión.

Contenido

CAPÍTULO I ANILLOS

- 1.1 Definición y propiedades básicas.
- 1.2 Anillos con unitario.
- 1.3 Anillos con división.
- 1.4 Campos.

CAPÍTULO I I DOMINIOS ENTEROS

- 2.1 Divisores de 0.
- 2.2 Dominios Enteros.
- 2.3 Estructura de campo de $\mathbb{Z}_p$.
- 2.4 Característica de un anillo.
- 2.5 Teorema de Fermat.
- 2.6 Generalización de Euler.

CAPÍTULO III ANILLOS NO CONMUTATIVOS

- 3.1 Matrices sobre un campo.
- 3.2 Anillos de endomorfismos.
- 3.3 Anillos de grupo y álgebra de grupo.
- 3.4 Cuaterniones.

CAPÍTULO IV CAMPO DE COCIENTES DE UN DOMINIO ENTERO

- 4.1 Construcción del Campo de Cocientes de un Dominio.
- 4.2 Unicidad.

CAPÍTULO V ANILLOS COCIENTES E IDEALES

- 5.1 Nuestro objetivo fundamental.
- 5.2 Condiciones necesarias para la existencia de un anillo cociente.
- 5.3 Ideales.
- 5.4 Anillo cociente.

CAPÍTULO VI HOMOMORFISMOS

- 6.1 Homomorfismos de anillos.
- 6.2 Transformación canónica.
- 6.3 Kernel de un homomorfismo.
- 6.4 Teorema fundamental del homomorfismo.
- 6.5 Ideales maximales.
- 6.6 Ideales primos.
- 6.7 Campos primos.

CAPÍTULO VII ANILLOS DE POLINOMIOS

- 7.1 Polinomios en una indeterminada.
- 7.2 Homomorfismos de evaluación.

CAPÍTULO VIII FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS SOBRE UN CAMPO

- 8.1 El algoritmo de la división.
- 8.2 Ceros de un polinomio.
- 8.3 Polinomios irreducibles.
- 8.4 Teorema de Eisenstein.
- 8.5 Ideales y factorización en $F(x)$

CAPÍTULO IX DOMINIOS DE FACTORIZACIÓN ÚNICA

- 9.1 Divisibilidad en un dominio D .
- 9.2 Elementos irreducibles en dominios enteros.

- 9.3 Dominios de factorización única (DFU).
- 9.4 Dominios de ideales principales (DIP) y relación entre ambos.
- 9.5 Elementos primos de un dominio D.
- 9.6 Teorema fundamental de la aritmética.
- 9.7 Estructura de DFU en $D(x)$.

CAPÍTULO X DOMINIOS EUCLIDIANOS

- 10.1 Dominios euclidianos.
- 10.2 Evaluaciones euclidianas.
- 10.3 Estructura de DIP en dominios euclidianos.
- 10.4 Aritmética en dominios euclidianos.
- 10.5 Algoritmo euclidiano.
- 10.6 Ejemplo de dominio euclidiano: enteros gaussianos.

CAPÍTULO XI INTRODUCCIÓN A LOS CAMPOS DE EXTENSIÓN

- 11.1 Teorema de Kronecker (el objetivo fundamental alcanzado).
- 11.2 Elementos algebraicos y trascendentes.
- 11.3 El polinomio irreducible de un elemento α sobre un campo F.
- 11.4 Extensiones simples.

Bibliografía

- FRALEIGH, John B. Álgebra Abstracta. Addison- Wesley Iberoamericana. 1988. Texto guía.
- ACEVEDO, Myriam. LOSADA, Mary. Recorriendo el Álgebra. Universidad Nacional. Colciencias. 1997.
- HERSTEIN, N. Topics in Álgebra. Blaisdell Book Company, New York.
- SUAREZ, Marco Fidel. Elementos de Álgebra. Universidad del Valle. 1994.