

Tipo de actividad: Asignatura(MAT424)
Nombre: Teoría de representación de grupos.
Requisitos: MAT321

Créditos: 4
Intensidad Horaria: 4 Horas semanales.
Correquisitos:

Introducción

La teoría de la representación es una rama importante de las matemáticas que se ocupa de estudiar cómo representar grupos mediante matrices o transformaciones lineales. Cada elemento de un grupo puede ser representado por una matriz cuadrada o una transformación lineal, de modo que las operaciones del grupo se reflejan en las propiedades algebraicas de estas matrices o transformaciones.

Estas representaciones son útiles porque permiten estudiar los grupos de una manera más tangible y concreta, a través de objetos matemáticos que son más fáciles de manipular y comprender. Además, la teoría de la representación proporciona herramientas para analizar las propiedades de los grupos y clasificarlos en diferentes tipos. La teoría de la representación tiene numerosas aplicaciones en diversos campos. En física teórica, por ejemplo, la teoría de la relatividad y la mecánica cuántica.

Algunos conceptos importantes en la teoría de la representación incluyen la irreducibilidad de una representación (una representación que no puede ser descompuesta en representaciones más pequeñas), las representaciones equivalentes (representaciones que son algebraicamente equivalentes pero pueden ser expresadas mediante matrices o transformaciones lineales diferentes), y los caracteres de una representación (funciones que asignan a cada elemento del grupo un valor que caracteriza la acción de ese elemento sobre la representación).

Objetivo General

Proporcionar a los estudiantes una comprensión profunda y sólida de la teoría de la representación de grupos, capacitándolos para analizar y clasificar grupos mediante matrices y transformaciones lineales.

Objetivos específicos

- Profundizar en el análisis y clasificación de grupos mediante representaciones matriciales y transformaciones lineales.
- Capacitar a los estudiantes en el uso de herramientas avanzadas de teoría de representación, como la descomposición de representaciones, la teoría de caracteres y la clasificación de representaciones irreducibles, para abordar problemas complejos en álgebra abstracta y teoría de grupos.

Contenido

CAPÍTULO I: REPRESENTACIONES DE GRUPOS FINITOS

- 1.1. Definición de representaciones de grupos y caracteres.
- 1.2. Representaciones unitarias y matrices unitarias.
- 1.3. Teorema de Maschke y descomposición de representaciones.
- 1.4. Teorema de Burnside.

CAPÍTULO II: TEORÍA DE CARACTERES

- 2.1. Propiedades de los caracteres: ortogonalidad, completitud.
- 2.2. Clasificación de representaciones irreducibles usando caracteres.
- 2.3. Fórmula de caracteres de Frobenius.
- 2.4. Teoría de Brauer.
- 2.5. Caracteres en grupos solubles y en grupos simples.

CAPÍTULO III: REPRESENTACIONES DE GRUPOS SIMÉTRICOS

- 3.1. Representaciones de grupos simétricos.
- 3.2. Teorema de Young y tablas de Young.
- 3.3. Teoría de módulos de Specht.

CAPÍTULO IV: REPRESENTACIONES DE GRUPOS ABELIANOS

- 4.1. Descomposición de representaciones de grupos abelianos.
- 4.2. Teorema de estructura para grupos abelianos finitamente generados.
- 4.3. Grupos de caracteres

CAPÍTULO V: REPRESENTACIONES DE ÁLGEBRAS DE GRUPO

- 5.1. Definición y propiedades básicas de las álgebras de grupo.
- 5.2. Teorema de Maschke para álgebras de grupo.
- 5.3. Álgebras de grupo semisimples.

Bibliografía

- Fulton, W., & Harris, J. (2004). Representation theory: A first course. Springer.
- Serre, J.-P. (1977). Linear representations of finite groups. Springer.
- Curtis, C., & Reiner, I. (2006). Representation theory of finite groups and associative algebras. American Mathematical Society.
- Kirillov, A. A., Jr. (2008). An introduction to Lie groups and Lie algebras. Cambridge University Press.