

Tipo de actividad: Asignatura(MAT526)

Nombre: Teoría de Números I.

Requisitos: MAT520

Créditos: 5

Intensidad Horaria: 4 Horas semanales.

Correquisitos:

## Introducción

Este curso consiste en una introducción fundamental a teoría de números elemental para estudiantes sin conocimiento sobre el tema. Los únicos prerrequisitos son un poco de cálculo y álgebra moderna, y la imaginación y perseverancia para seguir un argumento matemático. Los temas principales son divisibilidad y congruencias. Se prueba la ley de reciprocidad cuadrática de Gauss y se determinan los módulos para los cuales existen raíces primitivas. Se presenta una introducción al análisis de Fourier sobre grupos abelianos finitos, con aplicaciones a sumas de Gauss. Finalmente, se discute uno de los problemas más importantes no resueltos en teoría de números: la conjetura abc que relaciona las propiedades aditivas y multiplicativas de los enteros.

El texto guía es: Melvyn B. Nathanson: Elementary Methods in Number Theory. Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, New York, 2000

## Contenido

### CAPÍTULO I. DIVISIBILIDAD Y PRIMOS

- 1.1. Algoritmo de la División
- 1.2. Máximos Comunes Divisores
- 1.3. Algoritmo de Euclides y Fracciones Continuas
- 1.4. Teorema Fundamental de la Aritmética
- 1.5. Teorema de Euclides y la Criba de Erastotenes
- 1.6. Ecuación Lineal Diofantina

### CAPÍTULO II. CONGRUENCIAS

- 2.1. El Anillo de Clases de Congruencias
- 2.2. Congruencias Lineales
- 2.3. La Función Phi de Euler
- 2.4. Teorema Chino de los Restos
- 2.5. Teoremas de Fermat y Euler
- 2.6. Seudoprimos y Números de Carmichael

### CAPÍTULO III. RAÍCES PRIMITIVAS Y RECIPROCIDAD CUADRÁTICA

- 3.1. Polinomios y Raíces Primitivas
- 3.2. Raíces Primitivas para Módulos Compuestos
- 3.3. Residuos Potenciales
- 3.4. Residuos Cuadráticos
- 3.5. Ley de Reciprocidad Cuadrática
- 3.6. Residuos Cuadráticos para Módulos Compuestos

## CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE FOURIER SOBRE GRUPOS ABELIANOS

- 4.1. La Estructura de Grupos Abelianos Finitos
- 4.2. Caracteres de Grupos Abelianos Finitos
- 4.3. Análisis de Fourier Elemental
- 4.4. Sumatoria de Poisson
- 4.5. Fórmula Traza sobre Grupos Abelianos Finitos
- 4.6. Sumas de Gauss y Reciprocidad Cuadrática
- 4.7. El Signo de la Suma de Gauss

## CAPÍTULO V. LA CONJETURA ABC

- 5.1. Ideales y Radicales
- 5.2. Derivaciones
- 5.3. Teorema de Mashon
- 5.4. La Conjetura abc
- 5.5. La Conjetura abc Congruencial

## Bibliografía

1. Melvyn B. Nathanson: Elementary Methods in Number Theory. Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, New York, 2000.
2. Richard A. Mollin: Fundamental Number Theory with Applications. CRC Press, New York, 1998.
3. Kenneth H. Rosen: Elementary Number Theory and its Applications. Pearson, Boston, 2005.
4. T. M. Apostol: Introducción a la Teoría Analítica de Números. Editorial Reverté, 1980.
5. Javier Cilleruelo y Antonio Córdoba: La Teoría de los Números. Biblioteca Mondadori, Madrid, 1992.
6. E. Hlawka, J. Schoibengeier, R. Taschner: Geometric and Analytic Number Theory. Springer-Verlag, 1991.
7. G. H. Hardy and E. M. Wright: An Introduction to the Theory of Numbers. Fifth Edition, Oxford Science Publications, 1998.
8. Kenneth Ireland and Michael Rosen: A Classical Introduction to Modern Number Theory. Springer, 1972.