

Tipo de actividad: Asignatura(MAT574)

Nombre: Optimización sin restricciones .

Requisitos: Álgebra lineal, Análisis real o Análisis I

Créditos: 5

Intensidad Horaria: 4 Horas semanales.

Correquisitos:

Introducción

La optimización sin restricciones constituye un área fundamental del análisis numérico y la matemática aplicada, enfocada en el estudio y desarrollo de métodos para determinar mínimos y máximos de funciones de varias variables sin condiciones explícitas sobre el dominio. Este campo integra herramientas del cálculo multivariable y del álgebra lineal numérica, tales como gradientes, matrices hessianas y expansiones de Taylor, junto con el análisis de convergencia, estabilidad y eficiencia de los algoritmos en aritmética de precisión finita. A partir de estos fundamentos, se abordan las condiciones de optimalidad, la convexidad y los principales enfoques algorítmicos, como los métodos de búsqueda direccional, región de confianza, gradiente, Newton y cuasi-Newton, así como técnicas para problemas de mínimos cuadrados no lineales, destacando su relevancia en aplicaciones científicas, ingenieriles y económicas donde se requiere modelar y resolver problemas de decisión complejos de manera eficiente y confiable.

Objetivo General

Analizar y aplicar métodos de optimización sin restricciones para la solución de problemas de minimización en varias variables, evaluando su convergencia, estabilidad y eficiencia en contextos computacionales.

Objetivos específicos

- Comprender los fundamentos teóricos del problema de optimización sin restricciones, incluyendo condiciones de optimalidad y propiedades de convergencia.
- Aplicar herramientas del cálculo multivariable y del álgebra lineal en el análisis de métodos de optimización.
- Analizar la convexidad de funciones y su relación con la existencia y unicidad de soluciones óptimas.
- Implementar y evaluar métodos de búsqueda direccional y estrategias de búsqueda lineal.
- Aplicar métodos de región de confianza para la resolución de problemas de minimización.
- Utilizar métodos clásicos y avanzados, como gradiente, gradientes conjugados, Newton y cuasi-Newton, en problemas de optimización.
- Resolver problemas de mínimos cuadrados no lineales mediante métodos especializados como Gauss-Newton y Levenberg-Marquardt.
- Analizar la convergencia, estabilidad y eficiencia de los algoritmos en diferentes contextos.

Contenido

Capítulo I Preliminares

- 1.1 Definición del problema de minimización sin restricciones. Minimizadores y mínimos locales y globales.
- 1.2 Elementos de cálculo en varias variables: derivada direccional, vector gradiente, matriz hessiana, jacobiano, regla de la cadena, teorema de Taylor.
- 1.3 Normas vectoriales y matriciales.
- 1.4 Convergencia de sucesiones de vectores. Tasas de convergencia.
- 1.5 Matrices especiales: diagonal, triangular, banda, escalar, nilpotente, idempotente, simétrica, antisimétrica,

hermitiana, ortogonal, unitaria, definida positiva, semidefinida positiva, Hessenberg.

Capítulo II Condiciones de optimalidad

2.1 Condiciones de primer orden.

2.2 Condiciones de segundo orden.

Capítulo III Convexidad

3.1 Conjuntos convexos y propiedades.

3.2 Funciones convexas. Propiedades de las funciones convexas diferenciables.

3.3 Minimizadores de una función convexa y propiedades.

Capítulo IV Búsqueda direccional

4.1 Algoritmo básico de la búsqueda direccional.

4.2 Búsqueda lineal: estrategia de contracción de los pasos, condiciones de Armijo y de Goldstein.

4.3 Modelo de algoritmo con búsqueda direccional.

4.4 Orden de convergencia.

Capítulo V Región de confianza

5.1 Descripción del modelo de región de confianza.

5.2 Paso óptimo localmente restringido (hook) y paso doble.

5.3 Actualización de la región de confianza.

Capítulo VI Métodos para minimización irrestricta

6.1 Método del gradiente.

6.2 Método de los gradientes conjugados.

6.3 Método de Newton.

6.4 Métodos cuasi-Newton: métodos secantes.

Capítulo VII Mínimos cuadrados no lineales

7.1 Definición del problema.

7.2 Método de Gauss-Newton.

7.3 Método de Levenberg-Marquardt.

7.4 Métodos secantes estructurados.

Capítulo VIII Una introducción a los sistemas de ecuaciones no lineales (Opcional)

8.1 Definición del problema.

8.2 Métodos de Newton, cuasi-Newton, secantes, secantes estructurados.

Bibliografía

- Pérez, R. y Díaz, T. H. (2000). Minimización con restricciones. Editorial Universidad del Cauca.
- Nocedal, J., & Wright, S. J. (2006). Numerical optimization (2nd ed.). Springer.
- Bertsekas, D. P. (1999). Nonlinear programming (2nd ed.). Athena Scientific.
- Pérez, R. & Díaz, T. H. (2010). Minimización sin restricciones. Sello editorial Universidad del Cauca.
- Kelley, C. T. (1999). Iterative methods for optimization. SIAM.
- Fletcher, R. (2013). Practical methods of optimization (2nd ed.). Wiley.
- Conn, A. R., Gould, N. I. M., & Toint, P. L. (2000). Trust region methods. SIAM.

- Dennis, J. E., & Schnabel, R. B. (1996). Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations. SIAM.
- Gill, P. E., Murray, W., & Wright, M. H. (1981). Practical optimization. Academic Press.
- Luenberger, D. G., & Ye, Y. (2016). Linear and nonlinear programming (4th ed.). Springer.
- Boyd, S., & Vandenberghe, L. (2004). Convex optimization. Cambridge University Press.
- Ortega, J. M., & Rheinboldt, W. C. (2000). Iterative solution of nonlinear equations in several variables. SIAM.

