



Tipo de actividad: Asignatura(MAT575)

Créditos: 5

Nombre: El problema de Complementariedad no lineal.

Intensidad Horaria: 4 Horas semanales.

Requisitos:

Correquisitos:

Introducción

El problema de complementariedad no lineal, entendido de manera general como un sistema de igualdades y desigualdades que modela situaciones de equilibrio, ha despertado un creciente interés en las últimas décadas debido a sus numerosas aplicaciones en diversos campos de la ciencia, la ingeniería y la economía. Los avances teóricos han permitido demostrar que este problema puede reformularse como un sistema de ecuaciones no lineales o como un problema de minimización, lo que ha abierto nuevas perspectivas para su análisis y la construcción de métodos computacionales eficientes para su solución; en particular, la técnica de reformulación ha adquirido especial relevancia en el desarrollo reciente del área. En este contexto, el curso aborda los fundamentos de la teoría de complementariedad no lineal, enfocándose en la formulación del problema, sus distintas reformulaciones y su resolución indirecta mediante métodos numéricos avanzados, especialmente aquellos de tipo Newton generalizado.

Objetivo General

Analizar y aplicar métodos teóricos y numéricos para la formulación y solución del problema de complementariedad no lineal, evaluando sus propiedades y aplicaciones.

Objetivos específicos

- Comprender los diferentes tipos de problemas de complementariedad y su formulación matemática.
- Analizar funciones de complementariedad y funciones de mérito en la reformulación del problema.
- Estudiar aplicaciones del problema de complementariedad no lineal en distintos contextos.
- Analizar condiciones de existencia y unicidad de soluciones mediante propiedades de monotonicidad.
- Estudiar familias de funciones de complementariedad y sus propiedades analíticas.
- Reformular el problema de complementariedad como un sistema de ecuaciones no lineales.
- Aplicar métodos de Newton generalizado y cuasi-Newton en la resolución del problema.
- Reformular el problema como un problema de minimización y analizar métodos de solución asociados.
- Evaluar la convergencia y eficiencia de los métodos numéricos aplicados.

Contenido

Capítulo I Preliminares

- 1.1 Tipos de complementariedad.
- 1.2 El problema de complementariedad no lineal.
- 1.3 Funciones de complementariedad.
- 1.4 Funciones de mérito.
- 1.5 Reformulación del problema de complementariedad no lineal.

Capítulo II Aplicaciones

- 2.1 Problema de equilibrio de tráfico.

- 2.2 Problema de obstáculo con frontera libre.
- 2.3 Problema de contacto entre cuerpos rígidos.
- 2.4 Problema de capital invariante.
- 2.5 Reformulación del problema de complementariedad no lineal.

Capítulo III Existencia de soluciones

- 3.1 Casos particulares: interpretación geométrica.
- 3.2 Funciones monótonas, estrictamente y fuertemente monótonas.
- 3.3 Caso general: teoremas de existencia y unicidad.

Capítulo IV Familia uniparamétrica de funciones de complementariedad

- 4.1 Definición de la familia.
- 4.2 Redefinición matricial.
- 4.3 Propiedades: buena definición y continuidad Lipschitz.
- 4.4 Análisis de la diferenciabilidad de la familia.

Capítulo V Reformulación como un sistema de ecuaciones no lineales

- 5.1 Reformulación del problema usando la familia de funciones de complementariedad.
- 5.2 El jacobiano generalizado.
- 5.3 Método de Newton generalizado.
- 5.4 Método cuasi-Newton generalizado.

Capítulo VI Reformulación como un problema de minimización

- 6.1 Reformulación del problema usando la familia de funciones de complementariedad.
- 6.2 Un problema de minimización diferenciable.
- 6.3 Método de Newton generalizado con búsqueda lineal.
- 6.4 Método cuasi-Newton generalizado con búsqueda lineal.

Bibliografía

- Pérez Mera, R., Arenas A., F. E., Martínez R., H. J., & Arias T., C. A. (2019). El problema de complementariedad no lineal: teoría, aplicaciones y nuevos algoritmos para su solución. Programa Editorial Universidad del Valle.
- Facchinei, F., & Pang, J. S. (2003). Finite-dimensional variational inequalities and complementarity problems (Vols. I–II). Springer.
- Cottle, R. W., Pang, J. S., & Stone, R. E. (2009). The linear complementarity problem. SIAM.
- Ferris, M. C., & Pang, J. S. (1997). Engineering and economic applications of complementarity problems. SIAM.
- Nocedal, J., & Wright, S. J. (2006). Numerical optimization (2nd ed.). Springer.
- Kanzow, C. (1996). Some noninterior continuation methods for nonlinear complementarity problems. SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications.
- Luo, Z. Q., Pang, J. S., & Ralph, D. (1996). Mathematical programs with equilibrium constraints. Cambridge University Press.
- Bertsekas, D. P. (1999). Nonlinear programming (2nd ed.). Athena Scientific.
- Qi, L., & Sun, J. (1993). A nonsmooth version of Newton's method. Mathematical Programming.
- Fletcher, R. (2013). Practical methods of optimization (2nd ed.). Wiley.
- Rockafellar, R. T. (1997). Convex analysis. Princeton University Press.