



Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la  
Educación

Departamento: Matemáticas

Tipo de Actividad: Asignatura

Créditos: 4 por semestre

Nombre: Análisis Real I ( Mat 401 )

Intensidad Horaria: 4 h.s.

Requisitos: Mat 312

Co-requisitos:

## DESCRIPCIÓN DEL CURSO

Desde el punto de vista topológico todos los espacios vectoriales de dimensión finita son isomorfos a  $\mathfrak{R}^n$ , razón por la cual estamos interesados en el estudio de este "representante" de los espacios euclidianos de dimensión finita, tomando como punto de partida el caso real con las respectivas generalizaciones a dimensiones mayores o iguales a dos.

El eje central del curso es el estudio de las funciones continuas vía las propiedades topológicas como son los conjuntos abiertos, la compacidad, la conexidad entre otras.

Como preámbulo a la generalización del concepto de integral de Riemann, que se estudiará en Análisis Real II, consideramos una clase de funciones básicas en el desarrollo de ésta: las funciones de variación acotada las cuales están caracterizadas porque la variación sobre todo el dominio es acotada.

## OBJETIVOS GENERALES

1. Aportar elementos que amplíen la cultura matemática de los estudiantes mediante el estudio de la estructura topológica de  $\mathfrak{R}^n$ .
2. Generalizar los conceptos estudiados en los cursos de cálculo anteriores.

## OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Buscar una generalidad en el planteamiento y desarrollo de los conceptos del Análisis Matemático mediante la aplicación de los métodos axiomáticos.
2. Estudiar los conceptos de completitud de los números reales y sus consecuencias.
3. Posibilitar al estudiante un desarrollo natural en el Análisis moderno.
4. Perfeccionar, reforzar y profundizar los conocimientos sobre el sistema de los números reales, los conceptos de límite, continuidad y derivada de una función real, adquiridos en otros cursos.
5. Estudiar el importante concepto de "continuidad" desde un punto de vista distinto al seguido en los cursos tradicionales de cálculo.
6. Destacar la importancia de las propiedades topológicas del espacio euclidiano  $\mathfrak{R}^n$ .
7. Estudiar las funciones de variación acotada como preámbulo a una generalización de la integral de Riemann.

## CAPÍTULO I SISTEMA DE NÚMEROS REALES Y COMPLEJOS

- 1.1 Conjuntos ordenados y no ordenados. Cotas. Axioma de completitud. Incompletitud de los números racionales.
- 1.2 Campos. El campo de los números reales y los números complejos.
- 1.3 Conjuntos numerables y no numerables.
- 1.4 Espacios euclidianos.

## CAPÍTULO II: ELEMENTOS DE TOPOLOGÍA DE $\mathfrak{R}^n$

- 2.1 Normas y métricas en  $\mathfrak{R}^n$ .
- 2.2 Topología en  $\mathfrak{R}^n$ . Topologías equivalentes.
- 2.3 Conjuntos abiertos, cerrados, compactos y conexos.

2.4 Espacios métricos y normados.

### CAPÍTULO III LÍMITE Y CONTINUIDAD DE FUNCIONES DE VARIABLE REAL

- 3.1 Límite de una función de variable real
- 3.2 Funciones continuas. Teoremas de continuidad
- 3.3 Continuidad y compacidad
- 3.4 Continuidad y conexidad
- 3.5 Discontinuidad y tipos de discontinuidades
- 3.6 Funciones monótonas
- 3.7 Límites infinitos y límites en el infinito.

### CAPÍTULO IV DIFERENCIACIÓN DE FUNCIONES DE VARIABLE REAL

- 4.1 Derivada de una función de variable real
- 4.2 Teorema del valor medio y teorema de Rolle
- 4.3 Regla de L'Hôpital
- 4.4 Derivadas de orden superior
- 4.5 Teorema de Taylor.

### CAPÍTULO V: FUNCIONES DE VARIACIÓN ACOTADA

- 5.1 Funciones de variación acotada
- 5.2 Propiedades de las funciones de variación acotada.
- 5.3 Funciones continuas de variación acotada
- 5.4 Curvas y caminos. Caminos rectificables y longitud de arco
- 5.5 Caminos equivalentes y cambio de parámetro

### METODOLOGÍA

El curso se puede desarrollar a través de tres (3) horas expositivas semanales del profesor y una (1) hora semanal de taller en la cual se resuelvan dudas sobre la teoría y sobre los talleres y problemas propuestos por el profesor, bien sea del texto guía o de problemas entregados por él en forma separada. Así mismo, el profesor podrá sugerir exposiciones a los estudiantes.

### EVALUACIÓN

La evaluación deberá ser concertada entre el profesor y el grupo, manteniéndose dentro de los lineamientos que para este efecto tiene estipulado la Universidad.

### BIBLIOGRAFÍA

El texto guía recomendado para el desarrollo de este curso es [1]. Sin embargo, para consultas, en especial lo referente a topología en  $\mathfrak{R}^n$ , recomendamos [4] y [6]; [5] para un estudio más formal de dichos conceptos; [3] realiza un desarrollo demasiado formal y es recomendable como referencia de alto nivel; [2] nos introduce al análisis real desde un punto de vista formal.

1. APOSTOL, Tom. Análisis Matemático. Editorial Reverté S.A., Barcelona, 1991. Capítulos 1 a 6. (Número de clasificación: 515.1 A645A, Número de ejemplares: 7 copias en colección general y 6 en reserva).
2. BARBOLLA, R.M y otros. Introducción al Análisis Matemático, Editorial Alhambra S.A., España, 1981. Capítulos 1-3 y 5.
3. DIEUDONÉ, J. Fundamentos de Análisis Moderno, editorial Reverté, Barcelona, 1976. (Número de clasificación: 515.7 D567. Número de ejemplares: 1 copia en colección general)
4. BURGOS, Juan de. Cálculo infinitesimal de varias variables, editorial McGraw-Hill, Madrid, 1995.

En el capítulo 1 se realiza una introducción a la topología en  $\mathfrak{R}^n$  sin desprenderse de una visión intuitiva y geométrica de los conceptos estudiados.

5. RESTREPO, Guillermo. Funciones de una variable real: teoría elemental, editorial Universidad del Valle, 1995. Capítulos 1-3. El desarrollo seguido en este texto requiere un poco más de madurez que en los textos anteriores. Los conceptos, teoremas y demostraciones se presentan a un nivel axiomático alto.
6. RUDIN, Walter. Principios de Análisis Matemático, tercera edición, editorial McGraw-Hill, México, 1980. (Número de clasificación: 515 R196. Número de

ejemplares: dos copias en colección general)