Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Departamento: Matemáticas

Tipo de Actividad: Asignatura

Créditos: 4 por semestre

Nombre: Análisis Real II (Mat 402)

Intensidad Horaria: 4 h.s.

Requisitos: Mat 401

Co-requisitos:

DESCRIPCIÓN DEL CURSO

La teoría de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (E.D.O) juega un papel importante en el estudio y modelación de muchos problemas en ciencia y tecnología; en particular en el desarrollo de las Matemáticas Aplicadas. Algunas personas consideran que la piedra angular en esta Teoría es el *Teorema de Existencia y Unicidad* de soluciones de las E.D.O, el cual tiene como punto de partida el *Teorema del punto fijo de Banach*. Esto constituye suficiente razón para estudiar los *espacios normados completos: Espacios de Banach* y los *espacios funcionales.*
Como una generalización a lo realizado en el curso Análisis Real I; consideraremos sucesiones sobre espacios funcionales y con valores en $\Re$ ó $\mathbb{C}$; asímismo series de potencia y series de funcionales.
En el desarrollo de la Probabilidad y la Estadística es necesario considerar tipos de integrales más generales que la ya conocida *integral de Riemann,* la cual ha sido ya estudiada en los cursos de Cálculo Diferencial e Integral. Es nuestro propósito considerar una de estas generalizaciones: *La integral de Riemann-Stieltjes* (R-S). Se mostrará, durante el curso, que la integral de Riemann es un caso particular de esta última.

OBJETIVO GENERAL

Proporcionar herramientas del Análisis articuladas a las otras ramas de la matemáticas.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Intruducir al estudiante en el conocimiento y desarrollo de los espacios funcionales.
2. Proporcionar una generalización de la integral de Riemann.
3. Familiarizar al estudiante con los espacios de Banach.

CAPÍTULO I INTEGRALES DE RIEMANN-STIELTJES

1.1 Definición de la intergral de Riemann-Stieltjes.
1.2 Propiedades de la integral de Riemann-Stieltjes.
1.3 Integración por partes.
1.4 Funciones escalonadas como integradores.
1.5 Teoremas de comparación.
1.6 Integradores de variación acotada.
1.7 Condiciones suficientes y necesarias para la existencia de la integrale de R-S.
1.8 Integrales de R-S dependientes de un parámetro

CAPÍTULO II: SUCESIONES Y SERIES FUNCIONALES

2.1 Definición de convergencia uniforme.
2.2 Convergencia uniforme y continuidad.
2.3 Convergencia uniforme e integración.
2.4 Convergencia uniforme y derivación.
2.5 Series funcionales Teorema de Abel, Weierstrass y Cauchy.
2.6 Familias equicontinuas.
2.7 Teorema de Árzela-Ascoli y Teorema de Stone-Weierstrass.
2.8 Integrales dependientes de un parámetro y su derivada.
2.9 Funciones Gamma y Betta.

CAPÍTULO III INTRODUCCIÓN A LOS ESPACIOS DE BANACH

3.1 Espacios normados. Normas equivalentes.
3.2 Topología inducida por una norma.
3.3 Sucesiones de Cauchy y Completitud.
3.4 Definición de espacio de Banach.
3.5 Contracciones.Teorma del punto fijo de Banach. Aplicaciones.

METODOLOGÍA

El curso se puede desarrollar a través de tres (3) horas expositivas semanales del profesor y una (1) hora semanal de taller en la cual se resuelvan dudas sobre la teoría y sobre los talleres y problemas propuestos por el profesor, bien sea del texto guía o de problemas entregados por él en forma separada. Asi mismo el profesor podrá proponer exposiciones a los estudiantes.

EVALUACIÓN

La evaluación deberá ser concertada entre el profesor y el grupo, manteniéndose dentro de los lineamientos que para este efecto tiene estipulado la Universidad.

BIBLIOGRAFÍA

El texto guía recomendado para el desarrollo de este curso es [1]. Sin embargo, para consultas, en especial lo referente a topología en $\mathfrak{R}^n$, recomendamos [4] y [6]; [5] para un estudio más formal de dichos conceptos; [3] realiza un desarrollo demasiado formal y es recomendable como referencia de alto nivel; [2] nos introduce al análisis real desde un punto de vista formal.

1. APOSTOL, Tom. Análisis Matemático. Editorial Reverté S.A., Barcelona, 1991. Capítulos 1 a 6.
2. BARBOLLA, R.M y otros. Introducción al Análisis Matemático, Editorial Alhambra S.A., España, 1981. Capítulos 1-3 y 5.
3. DIEUDONÉ, J. Fundamentos de Análisis Moderno, editorial Reverté, Barcelona, 1976.
4. BURGOS, Juan de. Cálculo infinitesimal de varias variables, editorial McGraw-Hill, Madrid, 1995. En el capítulo 1 se realiza una introducción a la topología en $\mathfrak{R}^n$ sin desprenderse de una visión intuitiva y geométrica de los conceptos estudiados.
5. RESTREPO, Guillermo. Funciones de una variable real: teoría elemental, editorial Universidad del Valle, 1995. Capítulos 1-3. El desarrollo seguido en este texto requiere un poco más de madurez que en los textos anteriores. Los conceptos, teoremas y demostraciones se presentan a un nivel axiomático alto.
6. RUDIN, Walter. Principios de Análisis Matemático, tercera edición, editorial McGraw-Hill, México, 1980.