



Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Departamento: Matemáticas

Tipo de Actividad: Asignatura

Créditos: 4 por semestre

Nombre: Teoría de Grupos (Mat 321)

Intensidad Horaria: 4 h.s.

Requisitos: Mat 221 y Mat 251 o Mat 151

#### DESCRIPCIÓN DEL CURSO

Un *grupo* es un conjunto al que se ha dotado de una operación que satisface las propiedades: asociativa, modulativa e invertiva. Desde bachillerato, el estudiante se ha familiarizado con algunos ejemplos de grupos. Por ejemplo, Los números enteros ( $\mathbb{Z}$ ), los números racionales ( $\mathbb{Q}$ ), los números reales ( $\mathbb{R}$ ), tomando la suma como operación en cada conjunto, constituyen un grupo. En los primeros años de universidad, el estudiante también ha conocido nuevos conjuntos que tienen estructura de grupo y ha trabajado con algunas de las consecuencias y propiedades de esta estructura.

Por ejemplo, los estudiantes que van a estudiar este curso, han resuelto ecuaciones como las siguientes:

- $3 + x = -4$  en el conjunto de los números enteros.
- $\sqrt{3}x = \pi$  en el conjunto de los números reales.
- $\vec{a} + \vec{x} = \vec{b}$  donde  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$  son elementos de un espacio vectorial  $V$ .

En este curso se estudiarán explícitamente y de manera abstracta, todas las propiedades que permiten resolver ecuaciones como las anteriores y otras generalidades de dicha estructura de grupo. El estudiante entonces, tendrá la oportunidad de ejercitarse y capacitarse en los procesos de razonamiento y argumentación formal, donde la intuición geométrica y física ya no es tan útil como en otras áreas de la matemática.

#### OBJETIVO GENERAL

Introducir al estudiante en el estudio del álgebra abstracta

#### OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Formalizar el concepto de estructura de grupo.
- Estudiar con detalle las propiedades básicas de los conjuntos dotados con estructura de grupo y sus implicaciones.
- Afianzar habilidades para razonar y argumentar formalmente.
- Preparar al estudiante para el estudio de otras estructuras algebraicas.

#### CONTENIDO DEL CURSO

##### CAPÍTULO I

- Conjuntos, operaciones entre conjuntos
- Relaciones, relaciones de equivalencia, particiones
- Funciones, funciones biyectivas, funciones sobreyectivas.
- Divisibilidad.
- Algoritmo de la división para  $\mathbb{Z}$
- Números primos.
- Teorema fundamental de la aritmética.
- Definición de operación, operaciones binarias.

##### CAPÍTULO II GRUPOS

- Definición de grupo y propiedades.
- Grupos abelianos
- Grupos finitos.

##### CAPÍTULO III SUBGRUPOS

- Subgrupos.
- Subgrupos cíclicos.

##### CAPÍTULO IV GRUPOS CÍCLICOS

- Grupos cíclicos.
- Clasificación de los grupos cíclicos.
- Subgrupos de grupos cíclicos finitos.
- Orden de un elemento.

##### CAPÍTULO V PERMUTACIONES.

- Permutaciones.

- 5.2 Grupos de permutaciones.
- 5.3 Los grupos simétricos  $S_n$ .
- 5.4 Ciclos.
- 5.5 Permutaciones pares e impares.
- 5.6 Transposiciones.
- 5.7 Grupos alternantes.

#### **CAPÍTULO VI** HOMOMORFISMOS.

- 6.1 Homomorfismos de grupos.
- 6.2 Kernel e imagen de un homomorfismo.
- 6.3 Monomorfismo, epimorfismo, isomorfismos y automorfismos.
- 6.4 Propiedades de grupos que se preservan por isomorfismos.
- 6.5 Teorema de Cayley.

#### **CAPÍTULO VII** PRODUCTOS DIRECTOS.

- 7.1 Productos directos e internos de grupos.

#### **CAPÍTULO VIII** GRUPOS ABELIANOS FINITAMENTE GENERADOS.

- 8.1 Generadores, conjuntos de generadores.
- 8.2 Grupos de torsión.
- 8.3 Grupos libres de torsión.
- 8.4 Subgrupo de torsión de un grupo.
- 8.5 Teorema fundamental de grupos finitamente generados.
- 8.6 Coeficientes de torsión.
- 8.7 Número de Betti.
- 8.8 Aplicaciones del Teorema Fundamental de los Grupos Finitamente Generados.

#### **CAPÍTULO IX** GRUPOS DE CLASES LATERALES NORMALES Y GRUPOS FACTORES

- 9.1 Clases laterales.
- 9.2 Teorema de Lagrange.
- 9.3 Grupos de clases laterales.
- 9.4 Subgrupo normal.
- 9.5 Subgrupos conjugados
- 9.6 Grupos factores.
- 9.7 Grupos simples.
- 9.8 Aplicaciones
- 9.9 Teorema Fundamental de Homomorfismos.
- 9.10 Subgrupo maximal de un grupo.

#### **CAPÍTULO X** TEOREMAS DE SYLOW (OPCIONAL)

- 10.1 P-grupos.
- 10.2 P-subgrupos de un grupo.
- 10.3 Los Teoremas de Sylow.
- 10.4 Aplicaciones de los Teoremas de Sylow

#### **BIBLIOGRAFÍA**

1. FRALEIGH, Jhon B. *Álgebra Abstracta*. Addison-Wesley Iberoamericana. 1988.
2. HERSTEIN, N. *Topics in Álgebra*. Blaisdell Book Company, New.
3. SUAREZ, Marco Fidel. *Elementos de Álgebra*. Universidad del Valle. 1994.
4. AYRES, Frank Jr. *Álgebra Moderna*. Mc. Graw-Hill. 1997.
1. ACEVEDO, Myriam. LOSADA, Mary. *Recorriendo el Álgebra*. Universidad Nacional. Colciencias.
2. BAUMSLAG, Benjamín. CHANDLER, Bruce. *Teoría y Problemas de Teoría de Grupos*. Mc. Graw-Hill- 1972.